

# Atvejo analizės metodo taikymas matematikos dėstyje

Loreta Mačėnaitė

*Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas*

Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas

E. paštas: loreta.macenaite@ktu.lt

**Santrauka.** Šiame straipsnyje pristatomas atvejo analizės metodas ir jo taikymas matematikos mokymosi procese.

**Raktiniai žodžiai:** atvejo analizės metodas, matematika.

## Įvadas

Dideli informacijos kiekiai, besikeičianti darbo rinka, sudėtingos sąlygos ekonomikoje reikalauja, kad specialistas būtų asmenybė, gebanti aktyviai ir savarankiškai spręsti iškylančias gyvenimiškas problemas. Tokio lygio specialistų neįmanoma parengti, taikant tradicinius mokymo metodus. Jau dabar akivaizdu, kad asmenybės tobulėjimą lemiantys faktoriai yra žiniais ir praktika pagrįsta veikla bei aktyvus žmonių bendravimas tarpusavyje. Mokymas yra efektyvus ir pasiekia gerų rezultatų, jeigu besimokantieji:

- 1) yra atviri mokymui ir efektyviai įsijungia į bendradarbiavimą su kitais besimokančiais;
- 2) gauna galimybę analizuoti savo veiklą ir realizuoti savo potencialą;
- 3) gali praktiškai pasiruošti tam, su kuo jiems teks susidurti gyvenime ir profesinėje veikloje artimiausiu laiku;
- 4) gali būti savimi, gali klysti nebijodami, kad bus už tai pasmerkti ar neigiamai įvertinti.

Praktiškai visi šie reikalavimai yra išpildomi, jei besimokantysis tampa aktyviu ugdymo proceso dalyviu, t. y. ne tik dalyvauja mokymosi procese, bet ir jį kuria. Tokio ugdymo proceso metu didėja besimokančiojo susidomėjimas, savarankiškumas, kūrybinis aktyvumas, formuojasi besimokančiojo kompetencijos, kurias gali pritaikyti praktiškai. Vienas iš metodų, padedančių užtikrinti mokymo efektyvumą, yra atvejo analizės metodas („case study“).

Šio straipsnio tikslas – pristatyti atvejo analizės metodą ir jo taikymą matematikos mokymosi procese.

## 1 Atvejo analizės metodas

Atvejo analizė – tai mokymo metodas, kuris orientuojasi į asmens gebėjimus realioje situacijoje taikyti įvairias žinias. Šis metodas suteikia besimokantiesiems galimybę įvertinti realią situaciją, kuri sprendžia ne tik kažkokią praktinę problemą, bet ir tuo pačiu aktyvuoja tam tikrą žinių kompleksą, kurį būtina įsisavinti, norint išspręsti duotąją problemą. Be to, nagrinėjamoji problema neturi vienintelio sprendimo. Mokomoji medžiaga besimokantiesiems pateikiama kaip situacija, o žinios įgyjamos aktyviai ir kūrybiškai dirbant: renkant reikalingą informaciją, ją analizuojant įvairiu kampu, keliant hipotezes, darant išvadas ir kontroliuojant žinių įgijimo procesą bei jo rezultatus.

Šis metodas pradėtas taikyti studijų procese 20 a. pradžioje JAV, Harvardo verslo mokykloje. Atvejo analizė plačiausiai taikoma teisėje, medicinoje, versle. Tinkamai parinktas atvejis lemia jo analizės kokybę, besimokančiųjų aktyvų dalyvavimą diskusijoje ir susidomėjimą nagrinėjama problema.

Atvejai yra klasifikuojami įvairiai: pagal tematiką, tikslus, apimtį, sudėtingumą ir pan. Atvejus klasifikuojant pagal tikslus išskiriamos 6 pagrindinės grupės [1]:

- 1) *Ivykio atvejis* – tai toks atvejis, kai aprašomas konkretus įvykis, siekiant atskleisti tam tikrą teoriją;
- 2) *Faktais paremtas atvejis* – tai konkrečių klausimų pristatymas;
- 3) *Pratybų atvejis* – tai atvejis, kai reikia taikyti konkrečius kiekybinės analizės įrankius;
- 4) *Situacijos atvejis* – tai atvejis, kai reikia identifikuoti sėkmės ir nesėkmės faktorius, susiejant analizuojamus duomenis su konkrečia situacija;
- 5) *Sudėtingas atvejis* – tai atvejis, kai tenka identifikuoti problemą;
- 6) *Sprendimų atvejis* – tai atvejis, kai reikia pateikti ne tik problemos sprendimą, bet ir rekomendacijas tolimesniems veiksams.

Jei atvejis nėra reali situacija, o jį kuria autorius, tai pagal kūrimo metodus yra išskiriami tokie atvejų stiliai [4]:

- 1) „Fotelio“ atvejai – tai išgalvotos istorijos kūrimas, remiantis autoriaus gyvenimiškąja patirtimi ir sukauptomis žiniomis. Tokie atvejai padeda suvokti pagrindines sąvokas ar teorijas.
- 2) „Stalo“ atvejai – tai atvejai, kurie kuriami, remiantis viešai prieinama informacija: organizacijų ataskaitomis, žurnalų ir laikraščių straipsniais, duomenų bazėmis.
- 3) „Lauko“ tyrimais paremti atvejai – tai atvejai, kurių kūrimui naudojami interviu, stebėjimai ir kiti empirinių tyrimų rezultatai. Surinkta informacija pasižymi patikimumu.

Vertinant atvejų sudėtingumą, atvejai klasifikuojami pagal tris dimensijas: analitinę, koncepcinę ir pateikimo [2, 3]. *Analitinė dimensija* susijusi su užduoties, kurią turi atlikti studentai, aprašymu. *Koncepcinė dimensija* pabrėžia teorinių koncepcijų, sudarančių atvejo teorinį pagrindą, sudėtingumą. *Pateikimo dimensija* susijusi su informacijos kiekiu ir jos pateikimo forma. Kiekvieną iš šių dimensijų sudaro trys lygiai,

1 lentelė. Sudėtingumo dimensijų lygiai

Lygiai	Sudėtingumo dimensijos		
	Analitinė dimensija	Koncepcinė dimensija	Pateikimo dimensija
1	Pateikti problemos aprašymas ir jos sprendimas. Studentai turi įvertinti, ar pateiktas sprendimas yra pagrįstas.	Teorija ar koncepcija yra paprasta ir aiški. Studentai gali ją suprasti perskaitę pateiktą informaciją apie analizuojamą atvejį.	Trumpas atvejis, turintis nedaug reikalingos informacijos, kuri pateikta aiškiai. Pašalinės informacijos nėra.
2	Pateiktas tik problemos aprašymas. Studentai turi pasiūlyti problemos sprendimą.	Teorija ar koncepcija yra vidutinio sudėtingumo, susidedanti iš kelių koncepcijų ir reikalaujanti gilesnio dėstytojo paaiškinimo.	Vidutinio ilgumo atvejis, kuris pateiktas aiškiai ir suprantamai, bet yra pašalinės informacijos, tiesiogiai nesusijusios su aprašyta problema.
3	Pateiktame aprašyme nėra nurodyti nei problema, nei jos sprendimas. Studentai turi identifikuoti problemą ir pasiūlyti galimą jos sprendimą.	Teorija ar koncepcija yra sudėtinga, apimanti kelias veiklos sritis. Dėstytojas turi aktyviai dalyvauti, aiškinant kai kurias koncepcijas.	Ilgas atvejis, kuriame gausu įvairios informacijos. Dalis informacijos pateikta neaiškia forma ir netinka sprendžiamai problemai, o dalies informacijos trūksta.

kurie pateikti 1 lentelėje, sudarytoje remiantis [2, 3] šaltinių autoriais. I, II kurso bakalaurantams rekomenduojami tokie atvejų sudėtingumo lygiai: nurodyta problema ir jos sprendimo būdai (analitinė dimensija), tik bazinės teorinės žinios (koncepcinė dimensija) ir trumpas arba vidutinio ilgumo problemos aprašymas (pateikimo dimensija) [2, 3].

Kadangi atvejai gali būti klasifikuojami pagal įvairius parametrus, tai dažnai yra taip, kad konkretaus tipo atvejyje galima aptikti kito tipo atvejams būdingų bruožų. Tai rodo, kad nėra lengva atlikti tikslią atvejų klasifikaciją. Tačiau visus atvejus vienija tai, kad atvejo pagrindą sudaro reali problema ar situacija, su kuria susidūrė asmuo, asmenų grupė ar įmonė, o tai skatina besimokantįjį ieškoti, rasti ir priimti tinkamus problemos sprendimus. Be to, skirtingų atvejų taikymas studijų procese leidžia ugdyti įvairius besimokančiojo įgūdžius.

## 2 Atvejo analizė matematikoje

Dažniausiai sutinkamas atvejis matematikoje – tai taikomojo pobūdžio uždavinys. Tokio atvejo pavyzdžiu gali būti toks uždavinys: „Produkcijos kiekis, kurį pagamina darbuotojas darbo metu, aprašomas funkcija  $u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$ , čia  $t$  – laikas (val.), be to,  $1 \leq t \leq 8$ . Koks bus darbuotojo produktyvumas laiko momentu  $t = 2$  val.? Koks bus darbuotojo produktyvumas likus 1 val. iki darbo pabaigos?“ Tačiau jei atvejis pateikiamas kaip uždavinys, kurio rezultatų neįmanoma patikrinti, tai besimokančiųjų motyvacija ieškoti tokio uždavinio sprendimo yra labai žema.

Visai kitokią motyvaciją turi besimokantysis, kai jam pateikiamas atvejis yra reali situacija. Pavyzdžiui, Anglijoje, Bowland vidurinėje mokykloje, taikant atvejo analizės metodą matematikoje, buvo pateiktos Hondūre statytos mokyklos nuotraukos (1 pav.). Ši mokykla buvo statoma, naudojant 1 litro talpos plastikinius butelius. Užduotis buvo formuluojama taip: „Pažiūrėkite į nuotraukas ir užrašykite visus klausimus, kurie kyla žiūrint į šias nuotraukas. Į kuriuos klausimus galima atsakyti,



1 pav. Hondūro mokyklos statyba [5].

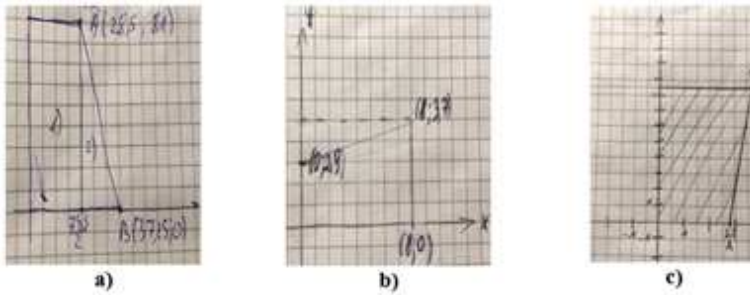
pasitelkus matematiką? Bent vieną matematinę problemą pabandykite išspręsti patys“ [5].

KTU Mechanikos ir dizaino inžinerijos fakulteto I kurso studentai antrame semestre turi 3 kreditų modulį „Matematika 3“, kurį sudaro integralinis skaičiavimas. Vienas iš šio modulio siekiamų rezultatų yra gebėti modeliuoti įvairių formų kūnus ir apskaičiuoti jų tūrius. Siekiant patikrinti, ar studentai įgijo šį gebėjimą, semestro pabaigoje modulio „Matematika 3“ pratybų metu buvo panaudotas atvejo analizės metodas.

Studentams buvo pateikta realiai situacijai artima užduotis. Ji buvo suformuluota taip: „Patobulinti vienkartinį puodelį (2 pav. a) taip, kad 330 ml talpos Coca Cola



2 pav. Vienkartinis puodelis ir Coca Cola skardinė



3 pav. Studentų sudaryti vienkartinio puodelio modeliai

skardinėje (2 pav. b) esantis skystis užpildytų jį tiksliai iki kraštų”. Studentai dirbo grupėse. Kiekvienoje grupėje buvo po 5 studentus. Užduočiai atlikti buvo skiriama 1 val. 20 min.

Darbas vyko 4 etapais: 1) puodelio modelio sudarymas; 2) puodelio tūrio apskaičiavimas; 3) nustatymas, kiek centimetrų turi būti paaukštintas puodelis; 4) puodelio tobulinimas.

Visų pirma studentai turėjo sudaryti vienkartinio puodelio matematinį modelį, kad galėtų apskaičiuoti jo tūrį. Studentų sudaryti vienkartinio puodelio modeliai pateikti 3 pav.

Po to norint apskaičiuoti puodelio tūrį, studentai turėjo parašyti puodelio briaunos lygtį. Taip buvo patikrinta, ar studentai žino, kaip parašyti tiesės per du taškus lygtį. Toliau reikėjo pasirinkti sukiniio tūrio apskaičiavimo formulę priklausomai nuo sudaryto puodelio modelio ir apskaičiuoti puodelio tūrį. Žemiau pateikiamas vienos studentų grupės sprendimas:

$$\begin{aligned}
 k &= 8,4 & b &= -235,2 \\
 y &= 8,4x - 235,2 & x &= \frac{y + 235,2}{8,4} \\
 V_x &= \pi \int_0^{24} \left( \frac{y + 235,2}{8,4} \right)^2 dy = \frac{\pi}{70,56} \int_0^{24} (y^2 + 490,4y + 55319,04) dy = \\
 &= \frac{\pi}{70,56} \left( \frac{y^3}{3} + 490,4 \frac{y^2}{2} + 55319,04y \right) \Big|_0^{24} = 92,146 \sqrt{\text{mm}^3} = 289,45364 \text{ mL} \\
 V_d &= \pi R^2 h \\
 5,16 \cdot 4 \cdot 38^2 &= 40540 \\
 h &= 8,95 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Buvo nustatyta, kad puodelį reikia paaukštinti apie 9 mm. Daugumos grupių patobulinto puodelio modelis pavaizduotas 4 pav. a) atveju. Patobulinti puodeliai pateikti 4 pav. b) ir c) atvejais.

Sunkumai, su kuriais susidūrė studentai, buvo šie: puodelio modelio sudarymas; tinkamos sukiniio tūrio formulės parinkimas; integravimo žinios.



4 pav. Patobulinti puodeliai: a) patobulinto puodelio modelis; b) geriausias patobulinimas; c) blogiausias patobulinimas.

Stebint studentus jų darbo metu pastebėta, kad reali situacija labiau nei „sausa“ uždavinio sąlyga motyvuoja studentus spręsti uždavinius. Be to, dirbant grupėse studentai aktyviai diskutavo vieni su kitais, ginčijosi vienu ar kitu klausimu, o taip ugdomas bendravimas su kolegomis ir bendradarbiavimas dalykiniais klausimais bei skatinamas kūrybiškumas. Dėstytojas tokiu atveju veikia kaip konsultantas, jei iškyla kokių nors klausimų. Tačiau dėstytojui nėra taip paprasta sugalvoti atvejį, kad studentams būtų įdomu ir įgyvendinama.

## Išvados

Atvejo analizės metodo panaudojimas, vedant modulį „Matematika 3“, rodo, kad tikslinga diegti matematikos mokymosi procese atvejo analizės metodą, nes jis leidžia derinti teoriją ir praktiką vienu metu, skatina besimokančiųjų aktyvumą mokymosi proceso metu, ugdo gebėjimą analizuoti įvairias situacijas, priimti sprendimus bei planuoti jų įvykdymą. Be to, sprendžiant užduotis šiuo metodu formuojasi besimokančiojo įvairios kompetencijos: bendravimo įgūdžiai (tiksliai reikšti savo mintis, mokėti išklausti kitus, argumentuoti savo požiūrį ir t. t.), informacijos pristatymo įgūdžiai, pasitikėjimas savimi ir savo jėgomis, bendradarbiavimo įgūdžiai.

## Literatūra

- [1] L. Barnes, R. Christensen and A. Hansen. *Teaching and Case Method*. Boston: Harvard Business School Press, 2004.
- [2] J. Erskine and M. Leenders. *Teaching with cases*. Irwin Publishing, 2003.
- [3] J. Erskine and M. Leenders. *Learning with cases*. Irwin Publishing, 2005.
- [4] A. Kazlauskienė, R. Gaučaitė ir R. Pocevičienė. *Praktinės atvejo kūrimo/taikymo/analizės (AKTA) metodo taikymo galimybės*. Šiaulių knygriškykla, Šiauliai, 2011. Metodinė priemonė.
- [5] Prieiga per internetą: <http://www.bowlandmaths.org.uk/index.html>. Žiūrėta: 2018-05-16.

## SUMMARY

### The case study method's application in mathematical education

L. Mačėnaitė

In this article the case study method and its application in mathematical education are presented.

*Keywords:* case study method, mathematics.