

Geometrijos mokymasis progimnazijoje: rezultatai ir iššūkiai

Viktorija Sičiūnienė¹, Janina Dargytė²

¹*Lietuvos edukologijos universitetas, Matematikos ir informatikos fakultetas*
Studentų 39, LT-08106 Vilnius

²*Nacionalinis egzaminų centras, Mokinių pasiekimų tyrimų ir analizės skyrius*
M. Katkaus g. 44, LT-09217 Vilnius
E. paštas: viktorija.siciuniene@vpu.lt, janina.dargyte@nec.lt

Santrauka. Lietuvoje trejus metus buvo vykdytas projektas „Standartizuotų mokinių pasiekimų vertinimo ir įsivertinimo įrankių bendrojo lavinimo mokykloms kūrimas“ (I etapas). Jo metu pirmą kartą Lietuvoje buvo sujungta testavimo specialistų, didaktikos specialistų ir mokytojų patirtis, susisteminta ir apibendrinta statistinė ir ekspertinė informacija. Sukurtoje standartizuotoje matematikos programoje pateikiami patikimi progimnaziją bebaigiančių mokinių trijų pasiekimų lygių aprašai. Ir programos kūrimo eigoje, ir jos pristatymo matematikų bendruomenei metu kilo diskusijos apie stipriai besiskiriančius įvairių pasiekimų lygių mokinių gebėjimus, tai sąlygojančias priežastis ir pasekmes. Ypač dideli gebėjimų skirtumai buvo pastebėti geometrijos srityje, kas paskatino straipsnio autorės įsigilinti į šios srities mokymo problemas. Pasinaudojusios projekto duomenų bazėmis, jos atliko giluminę geometrijos uždavinių ir jų sprendimo rezultatų statistinę kiekybinę bei kokybinę analizę ir šiame straipsnyje pristato atlikto tyrimo apibendrintus rezultatus.

Raktiniai žodžiai: aštuntokų matematikos pasiekimai, geometrijos mokymasis, modernioji testų teorija, konstrukciniai gebėjimai, pasiekimų lygiai, reprodukciniai gebėjimai, standartizuota programa.

Nacionalinių mokinių pasiekimų tyrimų (2003–2008) rezultatai rodo, jog Lietuvos mokykloje esama įvairių matematikos mokymo(si) problemų.¹ Dalį jų straipsnio autorės jau yra nagrinėjusios.²

¹ Nacionalinių mokinių pasiekimų (2003–2008) tyrimų ataskaitos patalpintos adresu: <http://www.upc.smm.lt/ekspertavimas/tyrimai/>.

² V. Sičiūnienė, J. Dargytė. Silpnai besimokančiųjų bendrojo lavinimo mokyklos mokinių matematinių gebėjimų diagnostika. *Mokytojų ugdymas*: tarptautinis recenzuojamas mokslo leidinys, 2011, Nr. 16(1), pp. 64–76.

V. Sičiūnienė, J. Dargytė. Gabių matematikai vaikų ugdymo pagrindinėje mokykloje tyrimas. *Lietuvos matematikos rinkinys*: Lietuvos matematikų draugijos darbai, 2010, Nr. 51, pp. 149–153.

V. Sičiūnienė, J. Dargytė. Alternatyvių matematikos vadovėlių poveikis šeštokų mokymosi pasiekimams. 2010. *Pedagogika*: Mokslo darbai, 2010, Nr. 97, pp. 92–98.

V. Gesevičienė, V. Sičiūnienė. Kompiuterių naudojimo namų aplinkoje tyrimas. *Jaunųjų mokslininkų darbai*: Mokslo darbai, 2009, Nr. 1 (22), pp. 51–58.

J. Dargytė, V. Sičiūnienė. Kaip pakelti egzamino išlaikymo ribą? *Lietuvos matematikos rinkinys*: Lietuvos matematikų draugijos darbai, 2008, Nr. 48/49, pp. 99–104.

N. Cibulskaitė, V. Sičiūnienė. Matematikos pamokose mokytojų taikomi mokymo(si) būdai ir jų efektyvumas. *Pedagogika*: Mokslo darbai, 2007, Nr. 87, pp. 93–99.

Nacionalinių mokinių pasiekimų tyrimų metu sukaupta informacija apie mokinių matematikos mokymosi pasiekimus dar nėra visapusiškai išanalizuota, apibendrinta ir įvertinta, kad į matematikos mokymo(si) procesą galėtume pažvelgti giliau, sistemškai, pasiūlyti konstruktyvius, pamatuotus sprendimus.

Tokios informacijos stygių pavyko sumažinti 2009–2012 m. vykdyto projekto „Standartizuotų mokinių pasiekimų vertinimo ir įsivertinimo įrankių bendrojo lavinimo mokykloms kūrimas“ metu.³ Kurdamas standartizuotą matematikos programą 8-ai klasei, išbandydamos naujas matematikos užduotis, ekspertų grupės atsižvelgia į tuos rezultatus, kuriuos straipsnio autorės yra gavusios susistemines ir įvertinusios 2003–2008 m. vykdytų nacionalinių mokinių pasiekimų tyrimų duomenų bazes.

Projekto metu sukurta pakankamai didelė duomenų bazė (564 matematikos užduotys 8-ai klasei; iš viso jas sprendė 8904 mokiniai). Išbandytos užduotys buvo analizuojamos moderniosios testų teorijos metodais. Taikant šiuos metodus kiekvienai užduočiai ir kiekvienam mokiniui buvo priskirta matematikos gebėjimų skalės reikšmė, išreiškiamą standartizuotais taškais (skalės vidurkis lygus 500, o standartinis nuokrypis – 100 standartizuotų taškų). Standartizuoti taškai parodo ne tik užduoties sunkumą, bet ir atspindi mokinio pasiektą lygį matematikos gebėjimų skalėje. Projekto ekspertai, pasinaudoję *Žymelės metodu*, visas užduotis suskirtė į 4 grupes. Šios grupės rodo, ką geba atlikti mokinys, kurio gebėjimai priskirti nepatenkinamam, patenkinamam, pagrindiniam ar aukštesniajam pasiekimų lygiui [4, pp. 7–9]. Tai leidžia į kiekvieną matematikos mokymo(si) sritį pažvelgti giliau.

Darbo *tikslas* – išanalizuoti, aprašyti ir įvertinti progimnaziją bebaigiančių mokinių įgytus geometrijos bei matavimo srities gebėjimus.

Tyrimo objektas – progimnaziją bebaigiančių mokinių geometrijos bei matavimo srities sąvokų įsisavinimo lygis.

Tyrimo uždaviniai:

1. Aprašyti kognityvines gebėjimų grupes, leidžiančias daryti išvadas apie mokinių geometrinių sąvokų įsisavinimo lygį;
2. Iš projekto duomenų bazės atrinkti geometrijos bei matavimo srities uždavinius, juos sugrupuoti pagal temas ir kognityvinių gebėjimų grupes;
3. Įvertinti patenkinamo, pagrindinio ir aukštesniojo pasiekimų lygio mokinių geometrijos sąvokų įsisavinimo lygį.

Kognityvinės gebėjimų grupės. Matematikos mokymosi sėkmė, visų pirma, priklauso nuo visų mūsų suvokimo, ko siekiame. „Matematika visada buvo ir yra mokslas apie sąvokas“ [1]. Mokant sąvokų svarbiausia – išugdyti mokinių gebėjimą jungti pavienius faktus į logines grandines, išmokyti pastebėti sąvokas siejančius ryšius, ugdyti gebėjimą naują informaciją integruoti į jau turimą žinių struktūrą ir taip ją perstruktūruoti, kad turimos žinios ir gebėjimai padėtų veiksmingai išspręsti naujas problemas.

V. Sičiūnienė. Ugdymo turinio diferencijavimas atsižvelgiant į mokinių įvairovę. *Lietuvos matematikos rinkinys: Lietuvos matematikų draugijos darbai*, 2007, spec. Nr. 47, pp. 268–272.

³ Projektas buvo finansuojamas Europos socialinio fondo ir Lietuvos Respublikos biudžeto lėšomis pagal 2007–2013 m. Žmogiškųjų išteklių plėtros veiksmų programos 2 prioriteto „Mokymasis visą gyvenimą“ VP1-2.1-SMM-01-V priemonę „Švietimo kokybės užtikrinimo ir stebėsenos sistemų stiprinimas“. Projekto trukmė: 2009 m. vasario 26 d.–2012 m. vasario 26 d. Projekto vykdytojas – Ugdymo plėtoties centras. (Plačiau apie projektą skaitykite: <http://vertinimas.pedagogika.lt>.)

1 lentelė. Kognityvinių gebėjimų grupės ir apibendrinti jų požymiai.

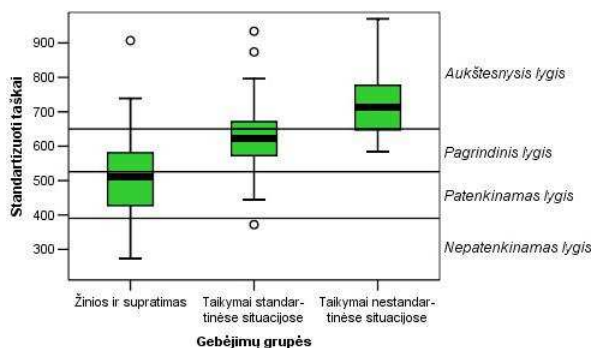
Reprodukcinis mąstymas	Konstruktinis mąstymas
<p><i>Žinios ir supratimas.</i> Faktų (faktinių žinių), procedūrų, sąvokų, teiginių žinojimas, supratimas, pasireiškiantis gebėjimu paprastoje standartinėje situacijoje atpažinti, pavaizduoti, įvardinti geometrinius objektus, sąvokas, teiginius, suprasti ir vartoti jų matematinis žymenis, tiesiogiai taikyti algoritmus, teiginius, formules, savybes, sąryšius</p>	<p><i>Taikymai standartinėje situacijoje.</i> Gebėjimų grupės <i>Žinios ir supratimas</i> praplėtinys, pasireiškiantis mokinių gebėjimu turimas faktines žinias ir procedūras taikyti įvairiuose, tačiau nesudėtinguose ir dažniausiai mokiniui pažįstamuose kontekstuose. Šiuos gebėjimus mokiniai demonstruoja tiesiogiai ir netiesiogiai taikydami žinomas formules, teiginius, derindami ne tik geometrijos temų, bet ir kitų matematikos sričių žinomas standartinės procedūras, algoritmus, teiginius</p>
	<p><i>Taikymai nestandartinėje situacijoje.</i> Neįprasto mokymo praktikos atžvilgiu, probleminio, sudėtingesnio uždavinio, reikalaujančio loginio-sisteminio mąstymo demonstravimą, pasireiškiantį mokinių gebėjimu derinti įvairių matematikos sričių žinias, formuluoti uždavinį matematiniais terminais, kūrybiškai taikyti įvairias problemų sprendimo strategijas ir žinomus metodus, argumentuoti, įrodyti teiginius, apibendrinti rezultatus, juos interpretuoti, daryti loginiais samprotavimais pagrįstas išvadas</p>

Matematikos mokymosi sėkmė labai priklauso ir nuo žinojimo, kaip pasiekiamas trokštamas tikslas. Svarbu susitarti dėl pagrindinių sąvokų ir kiekviename mokymosi etape joms suteikiamo turinio.

Siekiant įvertinti aštuntokų žinias ir gebėjimus, buvo sudarytos Bendrosiose programose (2008) įvardintų geometrijos ir matavimų srities sąvokų schemas bei modeliai (pagal [2, pp. 813–814, 827–835]). Jie padėjo įžvelgti ne tik šio amžiaus tarpsnio mokiniams pristatomų sąvokų turinį, bet ir nustatyti jų hierarchinius ryšius (pagal [3, pp. 51–61]).

Tiesiogiai išmatuoti sąvokų įsisavinimo lygio negalime. Išvadas darome iš mokinių darbų. Iš Projekto duomenų bazės buvo atrinkta 150 uždavinių. Jie sugrupuoti į tris grupes: dvi iš jų apibūdina mokinių reprodukcinį, o trečioji – konstrukcinį mąstymą (žr. 1 lentelė).

Bendrieji rezultatai. Suskirsčius uždavinius paaikšėjo, kad išvadas apie mokinių reprodukcinį mąstymą galime daryti iš 126 (84 proc.) uždavinių, o likusieji teikia informaciją apie mokinių konstrukcinį mąstymą. Interpretuojant gautus rezultatus dera atkreipti dėmesį, kad tik *Žinių ir supratimo* grupės uždaviniai (58) atitiko visą mokinių gebėjimų skalę, t. y. teikė informaciją apie visų pasiekimų lygių mokinių gebėjimus. Tai gerai matoma iš pirmosios stačiakampės diagramos, pavaizduotos



1 pav. Geometrijos ir matavimų srities uždavinių sunkumo stačiakampės diagramos.

2 lentelė. Trijų mokinių pasiekimų lygių vartojamų/taikomų sąvokų/teiginių sąrašas.

Tema	Mokinių pasiekimų lygis		
	Patenkinamas	Pagrindinis	Aukštesnysis
1. Kampai	<i>Kampo pusiaukampinė, kryžminiai kampai. Gretutiniai kampai</i>	<i>Gretutinių kampų savybė. Lygiagrečių tiesių savybės</i>	
2. Trikampiai	<i>Trikampio elementai, kampų suma, rūšys. Lygiašonio/lygiakraščio trikampio savybės. Atitinkami lygių trikampių elementai</i>	<i>Trikampio lygumo požymiai. Stataus trikampio savybės. Pitagoro teorema</i>	<i>Trikampio nelygybė. Pitagoro teoremai atvirkštinė teorema</i>
3. Keturkampiai	<i>Kvadratas, stačiakampis, lygiagretainis, įstrižainė; lygiagretainio savybės apie priešingus kampus ir kraštines, įstrižainių dalijimąsi pusiau</i>	<i>Rombas, lygiagretainio savybė apie kampų prie vienos kraštinės sumą, lygiašonės trapecijos savybės, keturkampio kampų suma</i>	<i>Lygiagrečių tiesių požymiai. Rombo ypatingos savybės</i>
4. Apskritimas, skritulys	<i>Apskritimas, skritulys, spindulys, skersmuo</i>		<i>Apskirtimo lankas. Skritulio išpjova</i>
5. Simetrija	<i>Simetriški Ox (Oy) ašies atžvilgiu trikampiai</i>	<i>Simetrija bet kokios tiesės ir taško atžvilgiu</i>	
6. Perimetras, plotas. Ilgio ir ploto vienetai	<i>Figūros perimetras, plotas. Lygiaplotės figūros. Kvadrato, stačiakampio ir šių figūrų junginio plotas. Gretimi ilgio vienetai</i>	<i>Apskrito ilgis. Trikampio, trapecijos, skritulio, lygiagretainio plotas. Figūrų junginio perimetras ir plotas. Negretimi ilgio vienetai</i>	<i>Ploto vienetų sąryšiai. Išpjovos plotas, apskritimo lanko ilgis</i>
7. Erdvės figūros	<i>Kubas, stačiakampis gretasienis, siena, pagrindas, aukštinė, briauna, išklotinė</i>	<i>Kūgis, ritinys, rutulys, taisyklingoji piramidė, stačioji prizmė, jų elementai, išklotinės. Prizmės sienos įstrižainė</i>	<i>Erdvės figūrų junginiai</i>
8. Paviršiaus plotas. Tūris. Tūrio vienetai	<i>Stačiakampio gretasienio, kubo tūris</i>	<i>Stačiakampio gretasienio visas paviršius, šoninis paviršius</i>	<i>Tūrio vienetų sąryšiai. Ritinio, paviršiaus plotas</i>

* Kursyvu pažymėtas sąvokas žinių ir supratimo lygmenyje pagal Bedrąją programą (2008) mokiniai turėjo būti įsisavinę jau 5–6 klasėje.

1 paveiksle. Diagramos „ūšai“, „dėželės“ ir vidurio brūkšneliai rodo, kaip pasiskirstė uždaviniai po jų padalinimo į keturias lygias grupes. *Taikymai standartinėse situacijose* grupės uždaviniai daugiausia informacijos teikė apie pagrindinio ir aukštesniojo lygio mokinius (25 proc. patenkinamo lygio mokinių nepajėgė išspręsti nė vieno pasiūlyto šios gebėjimų grupės uždavinio). *Taikymai nestandartinėse situacijose* grupės uždaviniai buvo skirti tik 25 proc. stipriausių mokinių.

Žinios ir supratimas. Išanalizavus šios grupės uždavinius ir jų sprendimo rezultatus, paaiškėjo, kad patenkinamo pasiekimų lygio mokiniai turi žinių iš visų geometrijos temų. Pastebėta, kad dauguma jų teisingai vartojamų sąvokų yra 5–6 klasės kurso, o 7–8 klasės žinios itin menkos (žr. 2 lentelė). Pagrindinio pasiekimų lygio mokinių

šios srities žinios atitinka visus Bendrojoje programoje aprašytuosius reikalavimus, išskyrus vieną – jie patiria sunkumų smulkindami ir stambindami ploto ir tūrio matavimo vienetus. Aukštesniojo pasiekimų lygio mokiniai gerai įsisavinę ir rečiau vartojamas sąvokas bei teiginius, dažniausiai naudojamus tada, kai reikia argumentuoti, įrodyti savo loginius samprotavimus.

Taikymai standartinėse situacijose. Nustatyta, jog aštuntokai gerai atsirenka uždaviniui išspręsti reikalingą informaciją, panašiose į mokomąsias situacijas geba jungti ir derinti 2–4 žinių vienetus ne tik šios srities viduje, bet ir su kitų sričių žinių vienetais. Tačiau patenkinamą lygį pasiekusių mokinių sprendžiami uždaviniai nepasižymi bent kiek didesne įvairove. Visų pirma, tai lemia jų menkos žinios, ir ne tik iš nagrinėjamų sričių (pvz., itin žemi jų skaičiavimo, reiškinių pertvarkymo įgūdžiai trukdo sėkmingai taikyti formules ir teoremas). Be to, patenkinamo lygio mokinių rezultatai labai priklauso nuo uždavinio formato. Jie patiria itin daug sunkumų, jei prašoma užrašyti sprendimą (rašo tik fragmentus), negeba užrašyti atsakymo, kuriame reikia nurodyti kelių dydžių reikšmes. Jie taip pat neįveikia uždavinių su pasirenkamaisiais atsakymais, kai sprendimas apie tinkamą/netinkamą atsakymo variantą priimamas tik po pastarųjų analizės.

Kitų aukštesnių pasiekimų lygių mokiniai sprendžia žymiai įvairesnius uždavinius, geba ir netiesiogiai taikyti įvairius teiginius. Pavyzdžiui, žinodami bet kokio trikampio plotą ir pagrindo ilgį, jie geba apskaičiuoti trikampio aukštinės ilgį. Tuo tarpu patenkinamo lygio mokiniai geba apskaičiuoti tik stačiojo trikampio plotą (be to, taiko ne trikampio ploto formulę, o apskaičiuoja jį kaip stačiakampio ploto pusę). Įvairių formatų ir nesudėtingų kontekstų uždaviniai jiems nekelia problemų: jie geba išnagrinėti kelis galimus atvejus, apibendrinti rezultatus, atsakyme nurodyti kelių ieškomų dydžių reikšmes, geba išnagrinėti abstraktų naują teiginį ir jį pritaikyti konkrečiu atveju.

Aukštesniojo pasiekimų lygio mokinių sprendžiamų šios grupės uždavinių ratas ne daug platesnis nei pagrindinio pasiekimų lygio mokinių. Aukštesniojo pasiekimų lygio mokinių darbai išsiskiria aukštesne sprendimo užrašymo kultūra, tiksliau naudojamais terminais, žymenimis, racionalesniais skaičiavimais.

Taikymai nestandartinėse situacijose. Patenkinamo pasiekimų lygio mokiniai šios grupės uždavinių neįveikė. Akivaizdūs skirtumai pastebėti ir tarp dviejų aukštesniųjų pasiekimų lygių mokinių grupių. Pagrindinio pasiekimų lygio mokiniai įstengė išspręsti tik tokius šios grupės uždavinius, kurių sprendimas buvo grįstas uždavinio skaidymo į dalis strategija. Tuo tarpu aukštesniojo pasiekimų lygio mokiniai atpažino ir kitokias problemines situacijas, kurioms taikė ir kitas probleminių uždavinių sprendimo strategijas (pvz., uždavinio sprendimo nuo galo, variantų perrinkimo ir pan.).

Išvados

1. Patenkinamo pasiekimų lygio mokiniai net žinių ir supratimo lymenyje nėra įsisavinę daugelio pagrindinių geometrijos srities sąvokų. Neišsprendus šios problemos, tolimesnis jų šios srities mokymasis tampa problematiškas. Būtinai papildomi tyrimai šio reiškinio priežastims nustatyti ir veiksmingiems sprendimams priimti.
2. Pagrindinio pasiekimų lygio mokinių reprodukcinio mąstymo gebėjimai išlavinti tinkamai. Rekomenduojama daugiau dėmesio skirti įvairių problemų sprendimo strategijų mokymui.

3. Aukštesniojo pasiekimų lygio mokiniai yra ne tik gerai įsisavinę visas Bendrojoje programoje minimas sąvokas, bet ir yra įvaldę įvairias problemų sprendimo strategijas. Šiai mokinių grupei tikslinga pasiūlyti papildomą šios srities turinį.

Literatūra

- [1] R. Norvaiša. Matematika ir jos reikšmė Lietuvos mokslui bei kultūrai. *Šiuolaikinis mokslas visuomenei: Lietuvos mokslų sektoriaus apžvalgos*, T. 2. Vilnius, 2011, pp. 41–46.
- [2] *Pradinio ir pagrindinio ugdymo bendrosios programos*. Vilnius, 2008, pp. 789–858.
- [3] V. Sičiūnienė. *Matematikos didaktika*, 1 knyga: metodinė priemonė. Vilnius, 2010.
- [4] *Standartizavimo procedūrų aprašas*. II dalis. 8 klasės. Lietuvių gimtosios kalbos, matematikos ir istorijos standartizuotos programos ir testų pavyzdžiai. Vilnius, 2012.

SUMMARY

Learning geometry in pro-gymnasium: achievements and challenges

V. Sičiūnienė, J. Dargytė

In Lithuania project “Standardized assessment of student achievement and self-assessment tool for schools of general education development” (Phase I) has been carried out for three years. It is the first time testing specialists’, specialists’ in didactics and teacher’s experience have been merged and statistical and expert information have been systematised and generalized. Standardized grade 8 math programme was created, in which for the first time three students’ achievement levels descriptions and illustrated tasks’ examples are presented. Creation of the programme and programme’s presentation to mathematics community gave rise to many discussions about the different students’ achievement levels abilities and reasons for it. Extra-large ability differences emerged in the field of geometry, which encouraged the authors to go deep into the problems of this area. Authors took advantage of the project database and completed geometry tasks and their solutions deep analysis. This article presents the summarized results of the study.

Keywords: student grade 8 achievement in math, geometry-learning, item response theory, productive capacity, achievement levels, reproductive capacity, standardized program.