

Kriterijų reikšmingumo nustatymo metodai

Valentinas Podvezko¹, Askoldas Podvezko^{1,2}

¹ *Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas*
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius

² *Mykolo Romerio universitetas, Ekonomikos ir finansų valdymo fakultetas*
Ateities g. 20, LT-08303 Vilnius

E. paštas: valentinas.podvezko@vgtu.lt, askoldas@gmail.com

Santrauka. Kiekybinių daugiakriterijų (MCDM angl. Multiple Criteria Decision Making) metodų tikslas yra nustatyti geriausią iš lyginamų alternatyvų arba ranguoti jas pagal svarbumą vertinimo tikslo atžvilgiu. Viena iš svarbiausių šių metodų sudedamųjų dalių yra taikomų tyrimuose kriterijų svoriai. Atskirų kriterijų, apibūdinančių tiriamojo objekto įtaką nagrinėjamam tikslui nevienoda, todėl svarbu nustatyti kriterijų reikšmingumą, t. y. jų svorius. Straipsnyje nagrinėjami skirtingi subjektyvūs ekspertų nustatymo metodai, taip pat paminėti objektyvūs ir apibendrinti svoriai.

Raktiniai žodžiai: daugiakriteriai MCDM metodai, objektyvus, subjektyvus, apibendrinti svoriai.

1 Įvadas

Kiekybinių MCDM metodų tikslas yra nustatyti geriausią iš lyginamų alternatyvų A_1, A_2, \dots, A_n arba ranguoti alternatyvas pagal svarbumą vertinimo tikslo atžvilgiu [4, 12]. Vertinamą procesą charakterizuoja kriterijai R_1, R_2, \dots, R_m . MCDM metodų pagrindą sudaro sprendimų matrica $\mathbf{R} = \|r_{ij}\|$, kurioje talpinamos kriterijų statistinių duomenų arba ekspertų vertinimų reikšmės ir kriterijų reikšmingumo (svorių) vektorius $\boldsymbol{\Omega} = (\omega_i)$, čia $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$; m – kriterijų skaičius; n – lyginamų alternatyvų skaičius. Pagrindinė MCDM metodų idėja yra kriterijų reikšmių ir jų svorių apjungimas į vieną vertinimo charakteristiką – metodo apibendrintą kriterijų [8, 9].

Atskirų kriterijų, apibūdinančių tiriamojo objekto įtaka nagrinėjamam tikslui nevienoda, todėl taikant kiekybinius daugiakriterius vertinimus labai svarbu nustatyti kriterijų reikšmingumą, t. y. jų svorius.

Šiame straipsnyje mes nagrinėsime vieną iš MCDM metodų sudedamųjų dalių – kriterijų svorių nustatymo metodus. Bendra vertinimo idėja yra tame, kad svarbiausiam kriterijui nustatomas didžiausias svoris ir paprastai suskaičiuoti svoriai normuojami, t. y.

$$\sum_{i=1}^m \omega_i = 1.$$

Svoriai būna subjektyvūs, kai vertinimo pagrindą sudaro specialistų ekspertų nuomonės, objektyvūs ir apibendrintieji [4, 13, 3]. Objektyviais svoriais išreiškiama duomenų – kriterijų reikšmių – struktūra, t. y. kiekvieno kriterijaus dominavimo laipsnis vertinimo metu.

2 Sviurų skaičiavimo metodai

2.1 Objektyvių sviurų nustatymas

Dažniausiai praktikoje taikomas entropijos objektyvus metodas, nors gali būti taikomi ir daugfaktoriniai regresijos modeliai ir kitos idėjos. Entropijos sviurio didėjimas susietas su vienos kriterijaus reikšmės dominavimo laipsniu tarp visų alternatyvų. Entropijos sviuriai nustatomi tokiu būdu [4, 13, 3].

1. Kriterijų reikšmės normalizuojamos pagal formulę:

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{j=1}^n r_{ij}}. \quad (1)$$

2. Skaičiuojamas kiekvieno kriterijaus entropijos lygis:

$$E_i = \left(-\frac{1}{\ln n} \right) \sum_{j=1}^n \tilde{r}_{ij} \ln \tilde{r}_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad 0 \leq E_i \leq 1. \quad (2)$$

3. Skaičiuojamas kiekvieno kriterijaus kitimo lygis, t. y. entropijos sviurų nenormalizuotos reikšmės:

$$d_i = 1 - E_i. \quad (3)$$

Entropijos sviuriai yra suskaičiuotų d_i normalizuotos reikšmės:

$$W_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^m d_i}. \quad (4)$$

Entropijos metodu vertinama reali duomenų masyvo struktūra, jo nehomogeniškumo laipsnis.

Nesunku įrodyti, kad homogeninių kriterijų (visi $\tilde{r}_{ij} = 1/n$) entropija (2) lygi vienetui, o atitinkamas sviuris lygus nuliui:

$$E_i = (-1/\ln n) \sum_{j=1}^n (1/n) \ln(1/n) = (-1/\ln n)n(1/n)(-\ln n) = 1, \\ d_i = 0 \quad \text{ir} \quad W_i = 0.$$

2.2 Subjektyvių sviurų skaičiavimo metodai

Dauguma šiuo metu žinomų ir taikomų daugiakriterio vertinimo kriterijų sviurų nustatymo metodai pagrįsti ekspertiniais vertinimais. Subjektyvų kriterijų sviurų nustatymo pagrindą sudaro specialistų ekspertų vertinimai. Atskirų ekspertų nuomonės dažnai nesutampa, o gali būti ir prieštaringos, t. y. skirtis atskirų ekspertų vertinimų kriterijų svarbumas ir prioritetiškumas. Vertinimai priklauso nuo ekspertų kvalifikacijos, darbo specifikos, suinteresuotumo gauti tam tikrus įvertinimo rezultatus, darbo stažo ir pan. Kriterijų sviurus kaip apibendrintus ekspertų nuomonių vidurkius, galima taikyti daugiakriteriame vertinime, jei nustatytas ekspertų vertinimų neprieštaringumas, t. y. įrodyta, kad nuomonės yra statistiškai suderintos. Vertinimų suderinamumo nustatymui galima taikyti Kendallo konkordancijos koeficientą [5]. Koks bebūtų taikomas subjektyvus sviurų nustatymo metodas, vertinimo procesą reikia pradėti nuo kriterijų rangavimo.

2.2.1 Kriterijų rangavimo metodas

Rangavimas yra procedūra, kai pačiam svarbiausiam kriterijui suteikiamas aukščiausias rangas, lygus vienetui, antram pagal svarbumą – rangas du ir t. t., paskutiniam pagal svarbumą – rangas m , čia m – lyginamų kriterijų skaičius. Ekvivalentiniams kriterijams suteikiama vienoda reikšmė – eilinių rangų aritmetinis vidurkis. Metodas lengvai taikomas praktikoje, tačiau būtina pabrėžti, kad metodo tikslumas mažas.

Neatsižvelgiant į taikomus vertinimo metodus, ekspertų vertinimus pažymėsime c_{ik} ($i = 1, \dots, m$; $k = 1, \dots, r$), čia m – taikomų kriterijų skaičius, r – ekspertų skaičius. Vertinimų rezultatus patalpiname į matricą $\mathbf{C} = \|c_{ik}\|$.

Galima pasiūlyti keletą kriterijų svorių skaičiavimo algoritmų, kuriuose naudojami kriterijų svorių rangai. Pertvarkymo tikslas yra priskirti svorių dydžius mažėjančia tvarka pagal rangus. Tokiu būdu geriausiam rangui (pirmajam) būtų priskiriama didžiausia reikšmė. Tiksliausią rezultatą suteikia tiesinis vertinimų transformavimas. Šiuo atveju kriterijų svorių reikšmes galima suskaičiuoti pagal formulę:

$$\omega_i = \frac{\sum_{k=1}^r (m+1-c_{ik})}{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^r (m+1-c_{ik})}. \quad (5)$$

2.2.2 Tiesioginiai ir netiesioginiai vertinimai

Šių metodų tikslumas yra didesnis, palyginti su rangavimo būdu. Taikant tiesioginio kriterijų svorių nustatymo metodą, kiekvieno eksperto visų vertinimų c_{ik} svorių suma turi būti lygi vienetui (arba 100%).

Netiesioginio kriterijų svorių nustatymo metode taikoma pasirinktą balų sistemą (5, 10, 20 ir pan.) [2]. Apribojimų kiekvieno eksperto vertinimų sumai netaikoma. Vertinimai gali kartotis.

Kriterijų svoriai tiesioginio ir netiesioginio pagrindu suskaičiuojami pagal formulę:

$$\omega_i = \frac{\sum_{k=1}^r c_{ik}}{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^r c_{ik}}. \quad (6)$$

2.2.3 Paprasčiausias kriterijų porinio palyginimo metodas

Kai kriterijų skaičius yra palyginti nemažas, jų rangavimas, tiesioginis vertinimas, nuoseklus visų kriterijų palyginimas yra sudėtingas. Sunkumus galima sumažinti, kai lyginame kriterijus poromis, po du, nustatant, kuris kriterijus kiekvienoje poroje yra svarbesnis. Kiekvienas ekspertas lygina tarpusavyje visus vertinamus kriterijus R_i ir R_j ($i, j = 1, \dots, m$), m – kriterijų skaičius. Palyginimo rezultatas yra kvadratinė matrica $\mathbf{X} = \|x_{ij}\|$ ($i, j = 1, \dots, m$). Matricos elementai x_{ij} gali būti 0 arba 1: $x_{ij} = 1$, jei kriterijus R_i yra svarbesnis už kriterijų R_j ir $x_{ij} = 0$ priešingu atveju. T. y. visada išlaikoma lygybė $x_{ij} + x_{ji} = 1$ [1]. Matricos pagrindinės įstrižainės elementai neapibrėžti.

Remiantis L. Terstouno suformuluotų lyginamųjų sprendimų dėsniu [1], jei faktorių porinį palyginimą vykdo didelė ekspertų grupė ($r \geq 25$), tai jų vertinimų skirtumai $S_i - S_j = z_{ij}$ turi normalų skirstinį su vidutiniu kvadratinu nuokrypiu lygiu vienetui.

Paprasčiausių porinio palyginimo pagrindų svoriai skaičiuojami pagal tokią schemą:

1. Kiekvienas ekspertas pildo kriterijų palyginimo matricą $\|x_{ij}^k\|$ ($k = 1, 2, \dots, r$; $i, j = 1, \dots, m$), r – ekspertų skaičius, m – kriterijų skaičius.

2. Atskirų ekspertų palyginimai apjungiami į bendrą suminį palyginimą ir skaičiuojami santykiniai i -jo kriterijaus prioritetai j -jo kriterijaus atžvilgiu:

$$p_{ij} = \sum_{k=1}^r x_{ij}^k / r.$$

3. Elementai p_{ij} yra normaliojo dėsnio pasiskirstymo funkcijos $F(x)$ reikšmės z_{ij} taške ir rodo tikimybę p_{ij} , kad kriterijus R_i yra svarbesnis už kriterijų R_j :

$$p_{ij} = F(z_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_{ij}} e^{-t^2/2} dt. \quad (7)$$

4. Iš (7) nustatomi z_{ij} , skaičiuojamos jų sumos ir vidurkiai kiekvienam kriterijui:

$$Z_i = \sum_{j=1}^m z_{ij} / m.$$

Kriterijų svoriai yra pasiskirstymo funkcijos (7) $F(Z_i)$ normalizuotos reikšmės:

$$\omega_i = F(Z_i) / \sum_{i=1}^m F(Z_i). \quad (8)$$

Metode reikalaujama [1], kad z_{ij} reikšmės didesnės už 2,0 ir mažesnės už $-2,0$ būtų laikomos nestabiliomis ir atmetamos. Tai yra metodo trūkumas, nes gali būti atmesti geriausių (arba blogiausių) kriterijų vertinimai.

Dar vienas šio metodo trūkumas yra tai, kad praktiškai yra gana sudėtinga parinkti didesnę ekspertų skaičių, nei 25.

Šio metodo privalumas yra tai, kad automatiškai nustatomi svorių rangai.

2.2.4 Analizinės hierarchijos proceso (AHP) metodas

Šis metodas yra labiausiai žinomas ir taikomas pasaulyje. Hierarchijos analizės metodą AHP (Analytic Hierarchy Process) pasiūlė T. Saaty [11]. Metodo pagrindą sudaro porinio palyginimo matrica \mathbf{P} . Ekspertai lygina tarpusavyje visus vertinamus kriterijus R_i ir R_j ($i, j = 1, \dots, m$), m – kriterijų skaičius [7, 10].

Vertinimams Saaty pasiūlė taikyti dažnai praktikoje naudojamą penkių balų (1–3–5–7–9) arba kartais devynių balų skalę. Matricos \mathbf{P} elementai yra skaičiai nuo $p_{ij} = 1$, kai abiejų lyginamų kriterijų reikšmingumai tiriamo reiškinio atžvilgiu yra vienodi iki $p_{ij} = 9$, kai kriterijus R_i yra nepalyginamai svarbesnis už kriterijų R_j . Matricos \mathbf{P} elementus p_{ij} galima traktuoti kaip kriterijų R_i ir R_j svorių santykius: $p_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}$ [11]:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\omega_1}{\omega_1} & \frac{\omega_1}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_1}{\omega_m} \\ \frac{\omega_2}{\omega_1} & \frac{\omega_2}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_2}{\omega_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\omega_m}{\omega_1} & \frac{\omega_m}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_m}{\omega_m} \end{pmatrix}.$$

Matrica \mathbf{P} yra atvirkštinė simetrinė („reciprocal“), t. y. $p_{ij} = 1/p_{ji}$.

Nesunku patikrinti, kad svorių nustatymui sprendžiamas matricos \mathbf{P} tikrinių reikšmių ir tikrinių vektorių $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)^T$ uždavinys:

$$P\boldsymbol{\omega} = \lambda\boldsymbol{\omega}, \quad (9)$$

su tikrine reikšme $\lambda = m$, čia m yra palyginimo matricos \mathbf{P} eilė, lyginamų kriterijų skaičius.

Įrodyta [11], kad AHP svoriai yra tikrinio vektoriaus, atitinkančio didžiausią tikrinę reikšmę λ_{\max} normalizuotos komponentės.

Matricos \mathbf{P} suderinamumą, t. y. eksperto kriterijų palyginimo neprieštarinamumą charakterizuoja suderinamumo indeksas, apibrėžtas kaip santykis

$$S_I = (\lambda_{\max} - m)/(m - 1). \quad (10)$$

2.2.5 SWARA metodas

SWARA (Step-Wise Weights Assessment Ratio Analysis) metodo pagrindą sudaro [6] ekspertų kriterijų reikšmingumo vertinimas c_i procentais. Preliminariai kriterijai ranguojami ir užrašomi svarbumo eilės tvarka. Skaičiuojami šalia esančių vertinimų skirtumai vieneto dalimis: $s_i = (c_{i-1} - c_i)/100$, $i = 2, 3, \dots, m$.

Kriterijų nenormuoti svoriai skaičiuojami pagal formulę:

$$q_i = \frac{q_{i-1}}{s_i + 1}, \quad i = 2, 3, \dots, m, \quad q_1 = 1.$$

Suskaičiuotos q_i reikšmės normuojamos:

$$\omega_i = \frac{q_i}{\sum_{i=1}^m q_i}. \quad (11)$$

2.3 Kriterijų apibendrinti svoriai

Objektyvūs W_i ir subjektyvūs ω_i svoriai gali būti apjungiami į bendrus kriterijų reikšmingumo dydžius pagal formulę [4, 13]:

$$\alpha_i = \frac{\omega_i W_i}{\sum_{i=1}^m \omega_i W_i}. \quad (12)$$

Šie apibendrinti svoriai apjungia tiek ekspertų nuomonės, tiek duomenų struktūrą.

3 Išvados

Kriterijų svoriai yra viena iš svarbiausių daugiakriterių (MCDM) metodų sudedamųjų dalių. Atskirų kriterijų, apibūdinančių tiriamojo objekto įtaką nagrinėjamam tikslui nevienoda, todėl taikant kiekybinius daugiakriterius vertinimus svarbu nustatyti kriterijų reikšmingumą, t. y. jų svorius. Svoriai būna subjektyvūs, kai vertinimo pagrindą sudaro specialistų ekspertų nuomonės, objektyvūs, kai vertinama duomenų struktūra ir apibendrintieji. Konkretus kriterijų svorių nustatymo metodas gali būti pasirinktas, priklausant nuo pasirinkto ekspertų vertinimo metodo.

Literatūra

- [1] C.D. Bešelev and F.G. Gurvič. *Matematiko-Statistišeskije Metody Ekspertnyk Ocenok*. Statistika, Moskva, 1974.
- [2] R. Ginevicius and V. Podvezko. Assessing the accuracy of expert methods. *Inz. Ekon.-Eng. Econ.*, **40**:7–12, 2004.
- [3] R. Ginevicius and V. Podvezko. Objective and subjective approaches determining the criterion weights in multicriteria models. *Transp. Telec.*, **6**:133–137, 2005.
- [4] C.L. Hwang and K. Yoon. *Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications*. Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- [5] M. Kendall. *Rank Correlation Methods*. Hafner Publishing House, New York, 1955.
- [6] V. Kersulienė, E.K. Zavadskas and Z. Turskis. Selection of rational dispute resolution method by applying new step-wise weight assessment ratio analysis (SWARA). *J. Bus. Econ. Manag.*, **11**:243–258, 2010.
- [7] V. Podvezko. Application of AHP technique. *J. Bus. Econ. Manag.*, **10**:181–189, 2009.
- [8] V. Podvezko and A. Podvezko. Prioritetų funkcijų įtaka daugiakriteriniams vertinimams. *Liet. mat. rink. LMD*, **50**:208–211, 2009.
- [9] V. Podvezko and A. Podvezko. Naujos absoliutaus daugiakriterio vertinimo galimybės. *Liet. matem. rink., LMD darbai, ser. B*, **54**:54–59, 2013.
- [10] V. Podvezko and H. Sivilevičius. The use of ahp and rank correlation methods for determining the significance of the interaction between the elements of a transport system having a strong influence on traffic safety. *Transport*, **28**:389–403, 2013.
- [11] T.L. Saaty. *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw Hill, New York, 1980.
- [12] J. Spronk, R.E. Steuer and C. Zopounidis. Multicriteria decision aid/analysis in finance. In J. Figueira, S. Greco and M. Ehrgott(Eds.), *Mult. Criteria Decis. Anal. Art Surv.*, pp. 799–857. Springer, New York, 2005.
- [13] L. Ustinovichius, E.K. Zavadskas and V. Podvezko. Application of a quantitative multiple criteria decision making (MCDM-1) approach to the analysis of investments in construction. *Contr. Cybern.*, **36**:251–268, 2007.

SUMMARY

Methods of estimation of weights

V. Podvezko, A. Podvezko

The purpose of using quantitative multiple criteria decision making (MCDM) methods is to identify the best alternative from the ones considered, or to rank the min order of preference in terms of a chosen objective of evaluation. One of major steps of framework of these methods is estimation of weights of criteria, which will be accounted in the research. The reason for using weights is difference of importance of criteria in terms of the objective of evaluation. In the paper different subjective methods of estimation of weights of criteria are discussed, objective and cumulative weights are covered as well.

Keywords: multiple criteria decision making methods MCDM methods, objective, subjective, cumulative weights.