

## Matematikos mokymo skirtinguose studijose palyginamoji analizė

Svetlana Danilenko, Viktoras Chadyšas,  
Aurelija Kasparavičiūtė

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas*

Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius

E. paštas: svetlana.danilenko@vgtu.lt, viktoras.chadysas@vgtu.lt

E. paštas: aurelija.kasparaviciute@vgtu.lt

**Santrauka.** Straipsnyje detalizuojami tradicinių ir nuotolinių studijų skirtumai. Apžvelgiami matematikos mokymo ypatumai skirtingose studijose Vilniaus Gedimino techniko universitete (VGTU) ir atliekama skirtingų studijų studentų egzaminų įvertinimų palyginamoji analizė.

**Raktiniai žodžiai:** tradicinės studijos, nuotolinės studijos, matematikos mokymas.

### Įvadas

Daugelį metų egzistuojantis ir šiuo metu vis dar populiarus tradicinis mokymasis veikiamas šiuolaikinių informacinių technologijų tampa vis įdomesniu ir labiau priimtinu daugeliui besimokančiųjų. Pakankamai staigiai besivystančios ir tobulėjančios informacinės technologijos šalia tradicinių studijų suteikia galimybę išsilavinimą įgyti nuotoliniu būdu. Tai modernus mokymosi būdas, pasitelkiant informacines technologijas ir mokantis per atstumą. Viena iš sričių, kurioje nuotolinis mokymas tapo plačiai naudojamas yra matematika.

Šiuo metu daugelyje pasaulio universitetų matematikos kursai dėstomi naudojant nuotolinio mokymosi metodus. Nemažai mokslininkų nagrinėjo matematikos mokymo nuotolinėse studijose efektyvumą, lygindami tradicines ir nuotolines studijas tarpusavyje. Love ir kt. [5] ištyrė diskrečiosios matematikos kurso nuotolinių studijų studentų veiklos rezultatus ir juos palygino su besimokančiųjų tradicinėse studijose. Tyrimo rezultatai parodė, kad nuotolinių studijų studentai užduotis atlieka geriau. Hughes ir kt. [2] tyrinėjo algebros mokymosi rezultatus tarp tradicinių ir nuotolinių studijų studentų. Pastarieji parodė, kad studentų, besimokiusiųjų nuotoliniu būdu algebros žinios buvo geresnės, lyginant su besimokiusiųjų tradicinėse studijose. Panašius rezultatus gavo O'Dwyer ir kt. [6], kurie tyrimą atliko Luizianoje. Vilaridi ir Rice [7] atliekant panašų tyrimą gavo priešingus rezultatus. Payginus 2007–2012 m. algebros rezultatus viename iš universitetų tarp tradicinių ir nuotolinių studijų studentų, nustatyta, kad tradicinėse studijose besimokiusiųjų pažymių vidurkis, lyginant su nuotolinėse studijose besimokiusiųjų reikšmingai skyrėsi ir buvo didesnis. Nors anksčiau nuotolinio mokymosi terpės nebuvo palankios matematikos mokymui, tačiau besivystant naujausioms technologijoms, atsirandant vis naujesniems multimedijos įrankiams viskas keitėsi. Juan ir kt. [3] aptarė svarbiausius aspektus, susijusius su

matematikos mokymu nuotolinėse studijose. Nustatė, kad naujų technologijų naudojimas tokiuose kursuose, didina besimokančiųjų motyvaciją, o tuo pačiu ir gerina jų studijų rezultatus.

Šiame straipsnyje pabandysime nusakyti matematikos mokymo ypatumus skirtingiems studijų tipams VGTU ir pateikti skirtingose studijose besimokiusiųjų studentų pirmojo matematikos krypties egzamino įvertinimų palyginamąją analizę.

## 1 Matematikos mokymo ypatumai skirtingose studijose VGTU

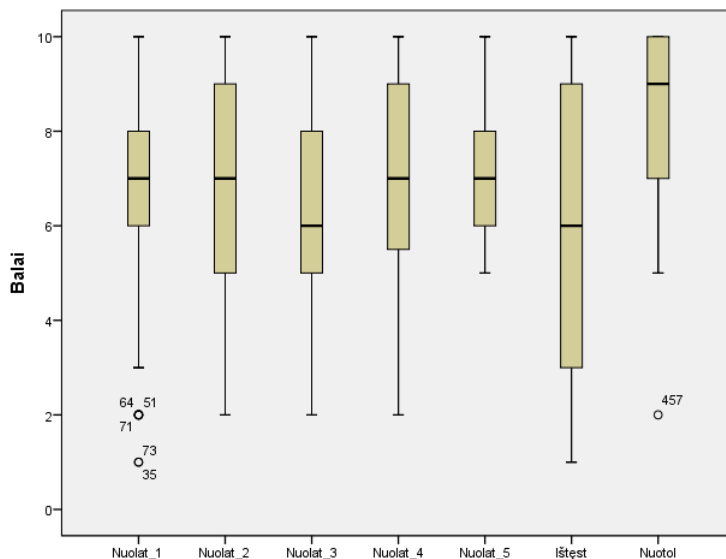
Daugelyje Lietuvos mokymo institucijų, ne išimtis yra ir VGTU, kol kas dominuoja tradicinės studijos. Jos remiasi dėstytojo parengtos medžiagos aiškinimu paskaitų metu. Tokio mokymosi trūkumai būtų griežta tvarka, kadangi besimokančiajam reikia prisitaikyti prie vietos ir laiko, kur vyksta paskaitos. Be to šis mokymosi būdas nėra patogus dirbantiems ar jau turintiems šeimas žmonėms, kadangi jie gali mokytis ne bet kuriuo metu, o taip pat ne visi žmonės gali išvykti mokytis, pvz. turintys negalią.

Nors daugelis besimokančiųjų yra pratę mokytis tradiciniu būdu, kai reikia pastoviai lankyti paskaitas, dalyvauti atsiskaitymuose ir pan., šiuo atveju nereikėtų pamiršti ir nuotoliniu būdu teikiamų mokymosi galimybių, kai galima nepaisyti vietos ir laiko, informacijos ar paskaitų pasiekiamumo. Šiuo atveju pačios studijos ateina pas besimokantįjį. Taip yra sutaupomas laikas, taip pat ir pinigai. Žmonėms, dėl tam tikrų priežasčių negalintiems skirti laiko studijoms pagal griežtus universitetų paskaitų tvarkaraščius, nuotolinės studijos yra itin patogus būdas tobulėti. Šiuo metu VGTU vykdo daugiau nei 10 nuotolinių bakalauro studijų programų, kuriose tarp studijuojamų dalykų galime rasti matematikos kursų [4]. Nuotolinės studijos vyksta pagal sudarytą tvarkaraštį. Užsiėmimų skaičius nustatomas pagal programoje numatytą valandų skaičių, per visą semestrą išdėstoma tolygiai. Ne mažiau kaip 50% jų vyksta vaizdo konferencijų būdu. Į juos pageidaujantys studentai gali atvykti ir bendrauti su dėstytojais gyvai. Su dėstytoju galima bendrauti elektroniniu būdu (vaizdo konferencijos, elektroninis paštas, diskusijų kambariai), arba atvykti į universitetą konsultuotis dėstytojo budėjimo valandomis. Sesijos metu egzaminai laikomi VGTU patalpose. Iš anksto pranešus ir gavus fakulteto dekaną leidimą, egzaminus galima laikyti ir nuotoliniu būdu.

Tarpinis variantas tarp nuolatinų ir nuotolinių studijų yra išėstinės studijos. Asmenims, negalintiems studijoms skirti visos darbo dienos, Vilniaus Gedimino technikos universitetas siūlo rinktis būtent šio tipo studijas. Išėstinės studijos pradedamos pirmą semestro mėnesį ir 6 dienas vyksta įžanginės paskaitos, o vėliau užsiėmimai vyksta kartą arba du per mėnesį, šeštadieniais. Semestras baigiamas sesija, kurios trukmė – nuo 6 iki 14 dienų.

## 2 Palyginamoji analizė

Nagrinėsime ar yra skirtumas tarp studentų egzamino įvertinimo vidurkių skirtingose studijose (nuolatinės, išėstinės ir nuotolinės). Norime parodyti skirtumus tarp studentų egzamino įvertinimo vidurkio atsižvelgiant į studijų tipą. Tyrime nagrinėjame 567 studentų pirmojo matematikos krypties egzamino laikymo įvertinimus, iš kurių 417 nuolatinų studijų, 78 neakivaizdinių ir 72 nuotolinių studijų įvertinimai.



1 pav. Studentų įvertinimų stačiakampės diagramos.

Tam, kad imtys būtų kuo panašesnės pagal dydį, visus nuolatinio skyriaus studentų įvertinimus nagrinėsime pagal atskirus srautus. Prieš pradėdant tyrimą pateiksime duomenų grafikus. Stačiakampė diagrama (Boxplot) padeda nustatyti bendrą matuojamo kintamojo imties centro, išsibarstymo bei maksimalią ir minimalią reikšmes. Tokio tipo diagramos parodo tam tikras tendencijas imtyse. Atvaizduojame stačiakampėmis diagramomis studentų egzaminų įvertinimus skirtingose studijose (žr. 1 pav).

Ištęstinių studijų studentų įvertinimų stačiakampė diagrama yra didžiausia, vadinasi įvertinimų išsibarstymas yra didžiausias, o tai reiškia, kad studentų įgytos žinios išklausių šias studijas labai skyrėsi. Nuolatinųjų ir nuotoliniųjų studijų stačiakampiai yra panašaus dydžio, vadinasi išsibarstymas įvertinimų yra panašus, tačiau nuotoliniųjų studijų studentų įvertinimų mediana (įprastai yra artima vidutinei reikšmei) yra didesnė, kas leidžia daryti pirmines išvadas, apie tai, kad nuotoliniųjų studijų studentų įvertinimų vidurkis yra didesnis, lyginant su nuolatinėmis studijomis. Nuolatinųjų studijų studentų įvertinimų visos medianos yra šiek tiek didesnės už ištęstinių studijų ir mažesnės už nuotoliniųjų studijų medianos. Grafinė duomenų analizė tik padeda susidaryti bendrą vaizdą apie turimus duomenis, bet įprastai nepateikia galutinių išvadų. Gali būti, kad matomi skirtumai nėra reikšmingi.

Pradžioje mes taikysime vienfaktorinę dispersinę analizę (One-Way ANOVA). Šis metodas skirtas tikrinti hipotezei, kad dviejų arba didesnio skaičiaus grupių vidurkiai reikšmingai nesiskiria [1]. Grupių vidurkiai lyginami analizuojant dispersijas.

Pagrindinės yra dvi prielaidos:

1. Intervaliniai kintamieji kiekvienoje grupėje pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį.
2. Kintamieji visose grupėse yra nepriklausomi.

Kuo mažiau skiriasi imčių didumai, tuo ANOVA atsparesnė pateiktų sąlygų pažeidimams.

1 lentelė. Aprašomosios statistikos charakteristikos.

Skyrius	Kiekis	Vidurkis	Mediana	Nuokrypis	Dispersija
Nuolat_1	95	6,86	7,00	2,295	5,268
Nuolat_2	53	7,04	7,00	2,094	4,383
Nuolat_3	95	6,34	6,00	2,024	4,098
Nuolat_4	79	7,13	7,00	2,121	4,497
Nuolat_5	95	7,19	7,00	1,475	2,176
Ištęst	78	5,71	6,00	2,937	8,626
Nuotol	72	8,21	9,00	1,744	3,040
Bendras	567	6,89	7,00	2,233	4,985

Populiariausi testai duomenų normališkumui tikrinti yra Shapiro–Wilkso ir Kolmogorovo–Smirnovo testai. Patikrinus pagal šiuos testus studentų įvertinimus atskirose imtyse gavome, kad duomenys nėra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį ( $p < 0,05$ ).

Aprašomosios statistikos charakteristikos naudojamos apibūdinti pagrindinius tyrimo duomenų bruožus. Jų pagalba, gauname apibendrintą informaciją apie pačių duomenų struktūrą. Pradžiai apskaičiuosime pagrindines statistines charakteristikas kiekvienai nagrinėjamai imčiai (žr. 1 lentelę).

Atliekame ANOVA testą lygioms dispersijoms, čia nagrinėjame nuolatinio skyriaus pirmuosius keturis srautus (Levene testo statistika  $p = 0,78 > 0,05$ ). Anova testo rezultatas rodo, kad nagrinėjamų imčių vidurkiai nesiskiria ( $p = 0,074 > 0,05$ ). Pridėjus papildomai nuotolinio skyriaus studentų įvertinimus gauname, kad dispersijos lygios (Levene testo statistika  $p = 0,239 > 0,05$ ), bet vidurkiai statistiškai skiriasi ( $p = 0,000 < 0,05$ ). Toliau nagrinėjame šių imčių vidurkių skirtumus, kai imčių dispersijos lygios, taikydami Tukey HSD ir Bonferroni testus. Nuotolinio skyriaus studentų egzaminų rezultatai statistiškai reikšmingai skiriasi nuo kitų nagrinėjamų imčių ( $p < 0,05$ ).

Pridėjus papildomai penktą nuolatinio skyriaus bei ištęstinio skyriaus studentų įvertinimus gauname, kad dispersijos nelygios (Levene testo statistika  $p = 0,000 < 0,05$ ) ir vidurkiai statistiškai skiriasi ( $p = 0,000 < 0,05$ ). Vėliau taikome Tamhane, Dunnett T3 ir Games–Howell testus, kurie skirti nelygioms dispersijoms. Gauname, kad nuotolinio skyriaus egzaminų rezultatų vidurkiai skiriasi nuo visų kitų skyrių ( $p < 0,05$ ), ištęstinio skyriaus rezultatų vidurkiai turi reikšmingą skirtumą nuo dviejų ir penkių nagrinėjamų nuolatinio skyriaus srautų ( $p < 0,05$ ).

Suprantamai kyla klausimas ar galima taikyti vienfaktorinę dispersinę analizę kai duomenys nėra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį. Esant vienodų dispersijų didelėms imtims vienfaktorinė dispersinė analizė duoda pakankamai stabilius rezultatus, kai duomenys nėra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį, ypatingai esant vienodo dydžio imtims. Kitaip siūloma naudoti neparametrinius metodus, tokius kaip Mann–Whitney ir Kruskal–Wallis testus.

Taigi yra pakankamai daug situacijų, kuomet ANOVA prielaidos yra pažeidžiamos, tuomet ir gelbsti minėti testai, ypač tais atvejais kai:

1. Grupių duomenys stipriai nukrypsta nuo normališkumo (imtys yra mažos, nevienodo dydžio, duomenys asimetriški);
2. Grupių dispersijos skirtingos (duomenyse yra išskirčių).

**2 lentelė.** Kruskal–Wallis testo rezultatai.

Skyrius	Kiekis	Vidurkių rangas	Vidurkis
Nuolat_1	95	286,77	6,86
Nuolat_2	53	287,15	7,04
Nuolat_3	95	235,89	6,34
Nuolat_4	79	297,44	7,13
Nuolat_5	95	295,09	7,19
Ištęst	78	218,06	5,71
Nuotol	72	383,55	8,21
Bendras	567		6,89

Kruskal–Wallis yra praplėstas Mann–Whitney testas daugiau nei dviejų nepriklausomų grupių reikšmių vidurkiams palyginti. Šis testas gali būti tapatinamas su ANOVA, tik transformuotiems ranginiams duomenims, t. y. pradiniai duomenys pakeičiami ranginiais (žr. 2 lentelę). Atliktas Kruskal–Wallis testas parodė, kad ne visų imčių vidurkiai yra lygūs ( $p = 0,000 < 0,05$ ).

Atrinkus mažesnius rangus ir atitinkamoms imtims pakartojus Kruskal–Wallis testą, gavome, kad nuolatinio skyriaus studentų (išskyrus trečią srautą) egzaminų vidurkiai reikšmingai nesiskiria ( $p = 0,972 > 0,05$ ). Prie šių imčių pridėjus ištęstinio skyriaus egzamino rezultatus ( $p = 0,009 < 0,05$ ) arba nuotolinio skyriaus egzamino rezultatus ( $p = 0,000 < 0,05$ ) atsiranda reikšmingas skirtumas.

Aplibendrinus rezultatus galima teigti, kad matematikos krypties pirmojo egzamino laikymo geriausi įvertinimai yra nuotoliniu būdu studijuojančių studentų, kiek prastesni nuolatinio skyriaus ir žemiausi ištęstinio skyriaus studentų įvertinimai.

## Literatūra

- [1] V. Čekanavičius ir G. Murauskas. *Statistika ir jos taikymai II*. Spauda, Vilnius, 2011. 270 pp.
- [2] J.E. Hughes, S. McLeod, R. Brown, Y. Maeda and J. Choi. Academic achievement and perceptions of the learning environment in virtual and traditional secondary mathematics classrooms. *Am. J. Dist. Educ.*, **21**(4):199–214, 2007.
- [3] A. Juan, A. Huertas, C. Steegmann, C. Corcoles and C. Serrat. Mathematical elearning: state of the art and experiences at the Open University of Catalonia. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, **39**(4):455–471, 2008.
- [4] A. Kasparavičiūtė ir V. Chadyšas. Matematikos mokymas nuotolinėse studijose. *Liet. matem. rink. LMD darbai, ser. B*, **56**:57–62, 2015.
- [5] T. Love, F. Keinert and M. Shelley. Web-based implementation of discrete mathematics. *J. STEM Educ.: Innov. Res.*, **7**(3/4):25–35, 2006.
- [6] L. O’Dwyer, R. Carey and G. Kleiman. A study of the effectiveness of the Louisiana Algebra I online course. *J. Res. Techn. Educ.*, **39**(3):289–306, 2007. Retrieved from ERIC database.
- [7] R. Vilardi and M.L. Rice (2014). Mathematics achievement: traditional instruction and technology-assisted course delivery methods. *J. Inter. Online Learn.*, **13**(1):16–28.

## SUMMARY

**Comparative analysis of mathematics teaching in different studies***S. Danilenko, V. Chadyšas, A. Kasparavičiūtė*

The article elaborated the main differences between traditional studies and distance learning. An overview of teaching mathematics of each individual studies in VGTU and comparative analysis are performed.

*Keywords:* traditional studies, distance learning, teaching mathematics.