Liet. matem. rink, **47**, *spec. nr.*, 2007, 143–145

Glaustinės hiperkvadrikos

Kazimieras NAVICKIS (VU)
el. paštas: kazimieras.navickis@mif.vu.lt

Reziumė. Šiame darbe nagrinėjamos $(m, m+1)$ tipo vėliavų pasiskirstymo Grasmano daugdaroje $Gr(m, 2m+2)$ glaustinių hiperkvadrikų tiesinės šeimos.

Raktiniai žodžiai: Grasmano daugdara, vėliava, glaustinė hiperkvadrika.

Autoriaus darbe [1] nagrinėjama n-matės afininės erdvės A_n $(m, m+1)$ tipo vėliavų pasiskirstymo (lauko) K_{m+1} Grasmano daugdaroje diferencialinė geometrija, kai erdvės A_n matavimas $n = 2m+2$. Dalinai kanonizuotame reperyje pasiskirstymas K_{m+1} apibrėžiamas diferencialinėmis lygtimis ($p, q, \ldots = 1, 2, \ldots m$; $\alpha, \beta, \ldots = m+1, \ldots, 2m+1$)

$$\omega_n^\alpha = \lambda_\beta^\alpha \omega^\beta + \lambda^\alpha \omega^n + \lambda_\beta^{\alpha p} \omega_p^\beta + \lambda^{\alpha p} \omega_p^n \tag{1}$$

(atitinkamos išorinės lygtys yra praleidžiamos). Pirmosios ir antrosios rūšies normalinės erdvės apibrėžiamos lygtimis

$$\Pi_{\mathrm{I}}(l_m):\ x^n = \nu_\alpha x^\alpha$$

ir

$$\Pi_{\mathrm{II}}(l_m):\ \nu x^n = 1, \quad x^p = \nu^p x^n, \quad x^\alpha = 0$$

atitinkamai; čia

$$l_m = (M, \vec{e}_p)$$

yra Grasmano daugdaros $Gr(m, n)$ sudaromasis elementas, o $(M, \vec{e}_i)$ erdvės A_n judamasis reperis ($i, j, \ldots = 1, 2, \ldots, n$).

Erdvėje A_n nagrinėsime tiesinę hiperkvadrikų šeimą. Kiekvieną tokią hiperkvadrikų šeimą apibrėžia bazinės hiperkvadrikos

$$F^\alpha \equiv A_{ij}^\alpha x^i x^j + 2A_i^\alpha x^i + A^\alpha = 0, \tag{1}$$

$$F^{\alpha p} \equiv A_{ij}^{\alpha p} x^i x^j + 2A_i^{\alpha p} x^i + A^{\alpha p} = 0. \tag{2}$$

Bet kuri šeimos hiperkvadrika apibrėžiama lygtimi

$$c_\alpha F^\alpha + c_{\alpha p} F^{\alpha p} = 0,$$

kurioje c_α ir $c_{\alpha p}$ – parametrai. Bazines hiperkvadrikas (2) ir (3) visada galima parinkti taip, kad būtų patenkintos sąlygos

$$A^\alpha_\beta = \delta^\alpha_\beta, \quad A^\alpha_{\beta p} = 0,$$
$$A^{\alpha p}_\beta = 0, \quad A^{\alpha p}_{\beta q} = \delta^p_q \delta^\alpha_\beta,$$

nes esant būtinumui bazines hiperkvadrikas galima pakeisti jų tiesinėmis kombinacijomis.

Šiame darbe įrodoma, kad hiperkvadrikos

$$2x^\alpha - \lambda^\alpha (x^n)^2 + A^\alpha_{\beta\gamma} x^\beta x^\gamma + 2A^\alpha_{\beta n} x^\beta x^n = 0,$$
$$2x^p x^\alpha - \lambda^{\alpha p} (x^n)^2 + A^{\alpha p}_{\beta\gamma} x^\beta x^\gamma + 2A^{\alpha p}_{\beta n} x^\beta x^n = 0$$

turi antrosios eilės lietimąsi su bet kuria (pirmosios klasės) vienparametrine m-mačių plokštumų šeima

$$\omega^\alpha = 0, \quad \omega^n = t^n \theta, \quad \omega^\alpha_p = 0, \quad \omega^n_p = t^n_p \theta \quad (d\theta = 0).$$

Hiperkvadrikų šeimos, apibrėžtos šiomis bazinėmis hiperkvadrikomis, hiperkvadrikas vadinsime glaustinėmis.

Geometrinis objektas ν_α, apibrėžiantis pirmosios rūšies normalinę erdvę, tenkina diferencialines lygtis:

$$\nabla \nu_\alpha + \nu_\alpha \omega^n_n + \omega^n_\alpha = \nu_{\alpha\beta}\omega^\beta + \bar{\nu}_\alpha \omega^n + \nu^p_{\alpha\beta}\omega^\beta_p + \nu^p_\alpha \omega^n_p.$$

Tarkime, kad

$$\tilde{\lambda}_\alpha = \nu_\alpha \nu_\beta \lambda^\beta - \bar{\nu}_\alpha,$$
$$\tilde{\lambda}^p_\alpha = \nu_\alpha \nu_\beta \lambda^{\beta p} - \nu^p_\alpha.$$

Dydžiai ν_α, $\tilde{\lambda}_\alpha$, $\tilde{\lambda}^p_\alpha$ apibrėžia m-matę plokštumą [1]

$$\tilde{\lambda}_\alpha x^\alpha = 1, \quad x^p = \tilde{\lambda}^p_\alpha x^\alpha, \quad x^n = \nu_\alpha x^\alpha.$$

Pažymėkime

$$\lambda^\alpha_{\beta\gamma} = -2\delta^\alpha_{(\beta}\tilde{\lambda}_{\gamma)},$$
$$\lambda^{\alpha p}_{\beta\gamma} = -2\delta^\alpha_{(\beta}\tilde{\lambda}^p_{\gamma)}.$$

Šiame darbe randami koeficientai $A^\alpha_{\beta\gamma}$, $A^\alpha_{\beta n}$, $A^{\alpha p}_{\beta\gamma}$, $A^{\alpha p}_{\beta n}$:

$$A^\alpha_{\beta n} = \lambda^\alpha \nu_\beta - \delta^\alpha_\beta \nu,$$
$$A^{\alpha p}_{\beta n} = \lambda^{\alpha p} \nu_\beta - \delta^\alpha_\beta \nu^p,$$
$$A^\alpha_{\beta\gamma} = \lambda^\alpha_{\beta\gamma} + \nu(\delta^\alpha_\gamma \nu_\beta + \delta^\alpha_\beta \nu_\gamma) - \nu_\beta \nu_\gamma \lambda^\alpha,$$
$$A^{\alpha p}_{\beta\gamma} = \lambda^{\alpha p}_{\beta\gamma} + \nu^p(\delta^\alpha_\gamma \nu_\beta + \delta^\alpha_\beta \nu_\gamma) - \nu_\beta \nu_\gamma \lambda^{\alpha p}.$$

Dabar bazinių hiperkvadrikų lygtis galima užrašyti taip:

$$\lambda^{\alpha}(x^n - \nu_\beta x^\beta)(x^n - \nu_\gamma x^\gamma) - 2x^\alpha\left[1 - \nu x^n + (\nu\nu_\gamma - \tilde{\lambda}_\gamma)x^\gamma\right] = 0,$$

$$\lambda^{\alpha p}(x^n - \nu_\beta x^\beta)(x^n - \nu_\gamma x^\gamma) - 2x^\alpha\left[x^p - \nu^p x^n + (\nu^p\nu_\gamma - \tilde{\lambda}^p_\gamma)x^\gamma\right] = 0.$$

Šiame darbe detaliai išnagrinėtos gautų glaustinių hiperkvadrikų tiesinių šeimų geometrinės savybės.

Literatūra

1. K. Navickis, Geometry of distribution of flags of the even-dimensional affine space, *Lith. Math. J.* (2007) (to appear).

SUMMARY

K. Navickis. Osculatings hyperquadrics

In this article the linear systems of osculating hyperquadrics are considered which are intrinsically defined by the distribution of flags on grassmannians $Gr(m, n)$ of the affine space A_n.

Keywords: Grassmann manifold, flag, osculating hyperquadric.