

# Tolygiųjų skaičių laipsniai $\beta$ -tainėje skaičiavimo sistemoje

Igoris Belovas 

*Duomenų mokslo ir skaitmeninių technologijų institutas, Vilniaus universitetas*  
Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius, Lietuva  
El. paštas: [Igoris.Belovas@mif.vu.lt](mailto:Igoris.Belovas@mif.vu.lt)

Įteiktas 2022 birželio 30; publikuotas 2022 gruodžio 10

**Santrauka.** Straipsnyje nagrinėjamos tolygiųjų skaičių laipsnių formulės įvairiose skaičiavimo sistemose. Šio tipo uždaviniai padeda įvaldyti atitinkamą matematinį aparatą, tad gali būti naudojami kaip pratimai informatikos ir informatikos inžinerijos kryptių bakalauro studijų studentams.

**Raktiniai žodžiai:** tolygieji skaičiai, skaičiavimo sistemos

**AMS:** 97F99; 97P99

## 1 Įvadas

Tolygieji skaičiai (angl. *repdigits*; vok. *Schnapszahlen*; pranc. *nombres uniformes*) – iš vienodų skaitmenų sudaryti natūralieji skaičiai, t. y., jei  $\beta$  yra skaičiavimo sistemos pagrindas, tai tolygusis skaičius yra išreiškiamas formule  $\alpha(\beta^n - 1)/(\beta - 1)$ , kur  $0 < \alpha < \beta$  yra pasikartojantis skaitmuo, o  $n$  – pasikartojimų skaičius.

Su tolygiaisiais skaičiais yra susijusios nemažai įdomių matematinų problemų. Šiuo metų aktyviai tyrinėjami įvairių kombinatorinių skaičių (Fibonačio, Pelio, Liuko, Padovos, Pereno ir kt.) skaidiniai tolygiųjų skaičių sumomis [2, 3], sandaugomis [1, 12, 10, 11] ir skirtumais [6] įvairiose skaičiavimo sistemose, bei šių uždavinių atvirkštiniai (t. y., kaip išreikšti tolygiuosius skaičius per tam tikrų kombinatorinių skaičių sumas [14], sandaugas [7, 5] ir skirtumus [13]). Taip pat nagrinėjami faktorialai kaip tolygieji skaičiai  $\beta$ -tainėje skaičiavimo sistemoje [9], sprendžiami ir kiti uždaviniai.

Įdomių savybių turi tolygiųjų skaičių laipsniai. Įrodyta, kad dešimtainėje sistemoje galioja šios laipsnių formulės [4]:

$$\begin{aligned}
 \overbrace{99\dots 9}^n &= \overbrace{99\dots 9}^{n-1} \overbrace{800\dots 0}^{n-1} 1, \\
 \overbrace{99\dots 9}^n &= \overbrace{99\dots 9}^{n-1} \overbrace{700\dots 0}^{n-1} 2 \overbrace{99\dots 9}^{n-1}, \\
 \overbrace{99\dots 9}^n &= \overbrace{99\dots 9}^{n-1} \overbrace{600\dots 0}^{n-1} 5 \overbrace{99\dots 9}^{n-1} \overbrace{600\dots 0}^{n-1} 1, \\
 \overbrace{99\dots 9}^n &= \overbrace{99\dots 9}^{n-1} \overbrace{500\dots 0}^{n-1} 9 \overbrace{99\dots 9}^{n-1} \overbrace{00\dots 0}^{n-1} 4 \overbrace{99\dots 9}^{n-1}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Ar analogiškus dėšningumus tolygiųjų skaičių natūraliesiems laipsniams galima nustatyti  $\beta$ -tainėje skaičiavimo sistemoje? Šio tipo uždavinių nagrinėjimas gali būti panaudotas kaip įrankis, padedantis informatikos ir informatikos inžinerijos kryptių bakalauro studijų studentams įvaldyti darbo skirtingose skaičiavimo sistemose matematinę techniką. Uždavinių apibendrinimai gali būti pasiūlyti ir kaip baigiamųjų darbų temos (pl. [8]).

Toliau straipsnyje simboliu  $C_n^k$  žymėsime binominius koeficientus, Aiversono simbolis  $[x]$  žymi apvalinimo su trūkumu funkciją,

$$[x] = \max\{r \in \mathbb{Z} \mid r \leq x\},$$

skaičiai  $k, n, m, p, s \in \mathbb{N}$ . Formulės, jei nenurodyta kitaip, yra dešimtainėje skaičiavimo sistemoje.

## 2 Tolygiųjų skaičių laipsnių formulės

Tegu  $\beta$  yra skaičiavimo sistemos pagrindas, o skaitmuo  $\alpha = \beta - 1$ . Galima pastebėti, kad (1) tipo taisyklės laipsniams  $m \in [2, 5]$ , kai skaitmenų  $\alpha\alpha\dots\alpha$  ir  $00\dots 0$  grupės įrašomos pakaitomis tarp skaičiaus  $\alpha^m$  skaitmenų,

(a) galioja, kai  $\beta \geq 10$ ; pavyzdžiui, šešioliktainėje skaičiavimo sistemoje turime

$$\begin{aligned}
 \overbrace{FF\dots F}^n &= \overbrace{FF\dots F}^{n-1} \overbrace{E00\dots 0}^{n-1} 1, \\
 \overbrace{FF\dots F}^n &= \overbrace{FF\dots F}^{n-1} \overbrace{D00\dots 0}^{n-1} 2 \overbrace{FF\dots F}^{n-1}, \\
 \overbrace{FF\dots F}^n &= \overbrace{FF\dots F}^{n-1} \overbrace{C00\dots 0}^{n-1} 5 \overbrace{FF\dots F}^{n-1} \overbrace{C00\dots 0}^{n-1} 1, \\
 \overbrace{FF\dots F}^n &= \overbrace{FF\dots F}^{n-1} \overbrace{B00\dots 0}^{n-1} 9 \overbrace{FF\dots F}^{n-1} \overbrace{600\dots 0}^{n-1} 4 \overbrace{FF\dots F}^{n-1};
 \end{aligned}$$

(b) negalioja aukštesniems laipsniams,  $m > 5$ , kol skaičiavimo sistemos pagrindas nėra pakankamai didelis. Taip, pavyzdžiui, 20-tainėje ( $\alpha = J$ ), 29-tainėje ( $\alpha = S$ )

ir 36-tainėje ( $\alpha = Z$ ) skaičiavimo sistemose turime

$$\begin{aligned} \underbrace{JJ\dots J}_n^6 &= \underbrace{JJ\dots J}_{n-1} \underbrace{E00\dots 0}_{n-1} \underbrace{EJJ\dots J}_{n-1} \underbrace{000\dots 0}_{n-1} \underbrace{EJJ\dots J}_{n-1} \underbrace{E00\dots 0}_{n-1} \underbrace{1}_{n-1}, \\ \underbrace{SS\dots S}_n^6 &= \underbrace{SS\dots S}_{n-1} \underbrace{N00\dots 0}_{n-1} \underbrace{ESS\dots S}_{n-1} \underbrace{900\dots 0}_{n-1} \underbrace{ESS\dots S}_{n-1} \underbrace{N00\dots 0}_{n-1} \underbrace{1}_{n-1}, \\ \underbrace{ZZ\dots Z}_n^7 &= \underbrace{ZZ\dots Z}_{n-1} \underbrace{ZT00\dots 0}_{n-1} \underbrace>K_{n-1} \underbrace{ZZ\dots Z}_{n-1} \underbrace>1_{n-1} \underbrace>00\dots 0_{n-1} \underbrace>Y_{n-1} \underbrace>ZZ\dots Z}_{n-1} \underbrace>00\dots 0}_{n-1} \underbrace>6 \\ &\quad \underbrace{ZZ\dots Z}_{n-1} \underbrace>Z}_{n-1}. \end{aligned}$$

Kokiomis sąlygomis tokio tipo formulės galioja  $\beta$ -tainėje skaičiavimo sistemoje? Atsakymą į šį klausimą pateikia toliau nurodoma teorema.

**1 teorema.** Tegu  $\beta$  yra skaičiavimo sistemos pagrindas,  $\beta_k$  – skaitmenys. Tuomet, jei

$$(i) \alpha = \beta - 1 \text{ ir } \alpha^m = \underbrace{\beta_{m-1}\beta_{m-2}\dots\beta_0}_{m>1} = \sum_{k=0}^{m-1} \beta_k \beta^k,$$

$$(ii) \beta \geq C_m^{\lfloor m/2 \rfloor},$$

tai

$$\underbrace{\alpha\alpha\dots\alpha}_{n>1}^m = \begin{cases} \frac{\underbrace{\alpha\alpha\dots\alpha}_{n-1} \underbrace{\beta_{m-1}00\dots 0}_{n-1} \underbrace{\beta_{m-2}\dots 00\dots 0}_{n-1} \underbrace>1}_{n-1}, & m - \text{lyginis,} \\ \frac{\underbrace{\alpha\alpha\dots\alpha}_{n-1} \underbrace{\beta_{m-1}00\dots 0}_{n-1} \underbrace{\beta_{m-2}\dots \alpha\alpha\dots\alpha}_{n-1}}{\underbrace{\alpha\alpha\dots\alpha}_{n-1}}, & m - \text{nelyginis.} \end{cases} \quad (2)$$

*Irodymas.* Pasinaudoję Niutono formule, gauname

$$\begin{aligned} \underbrace{\alpha\alpha\dots\alpha}_n^m &= (\beta^n - 1)^m = \sum_{k=0}^m C_m^k (-1)^k \beta^{n(m-k)} \\ &= \underbrace{(\beta^{n-1} - 1)}_{=\alpha\alpha\dots\alpha} \beta^{(m-1)n+1} + \underbrace{(\beta - C_m^1)}_{=\beta_{m-1}} \beta^{(m-1)n} + \underbrace{(C_m^2 - 1)}_{=\beta_{m-2}} \beta^{(m-2)n} \\ &\quad + \underbrace{(\beta^{n-1} - 1)}_{=\alpha\alpha\dots\alpha} \beta^{(m-3)n+1} + \underbrace{(\beta - C_m^3)}_{=\beta_{m-3}} \beta^{(m-3)n} + \underbrace{(C_m^4 - 1)}_{=\beta_{m-4}} \beta^{(m-4)n} \\ &\quad + \dots + R_{n,m}(\beta), \end{aligned}$$

kur liekana lygi

$$R_{n,m}(\beta) = \begin{cases} \underbrace{(\beta^{n-1} - 1)}_{=\alpha\alpha\dots\alpha} \beta^{(m-(m-1))n+1} + \underbrace{(\beta - C_m^{m-1})}_{=\beta_1} \beta^{(m-(m-1))n} + \underbrace>C_m^m_{\beta_0}, & m - \text{lyginis,} \\ \underbrace{(C_m^{m-1} - 1)}_{=\beta_1} \beta^{(m-(m-1))n} + \underbrace{\beta^n - 1}_{=\alpha\alpha\dots\alpha}, & m - \text{nelyginis.} \end{cases}$$

Pastebėję, kad

$$\beta_{m-(2s-1)} = \beta - C_m^{2s-1}, \quad \beta_{m-2s} = C_m^{2s} - 1.$$

gauname teoremos teiginį.  $\square$

### 3 Uždaviniai studentams

I Įrodykite Teiginius 1–3.

**1 teiginys.** Kai  $m \in [6, 8]$  ir  $n > 2$ , formulės (3) gaunamos įrašant pakaitomis skaitmenų 99...9 ir 00...0 grupes tarp skaičiaus  $99^m$  skaitmenų,

$$\begin{aligned} \underbrace{99 \dots 9}_n^6 &= \overbrace{99 \dots 9 \underbrace{94 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 14 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{80 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 14 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{94 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 00 \dots 0}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}, \\ \underbrace{99 \dots 9}_n^7 &= \overbrace{99 \dots 9 \underbrace{93 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 20 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{65 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 34 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{79 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 00 \dots 0}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}, \\ &\quad \underbrace{99 \dots 9}_{n-2} 99, \\ \underbrace{99 \dots 9}_n^8 &= \overbrace{99 \dots 9 \underbrace{92 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 27 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{44 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 69 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{44 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 27}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}_{n-2}}, \\ &\quad \underbrace{99 \dots 9}_{n-2} \underbrace{92 \underbrace{00 \dots 0}_{n-2} 00 \dots 0}_{n-2} 00 \dots 01. \end{aligned} \tag{3}$$

**2 teiginys.** Kai  $m \in [9, 12]$  ir  $n > 3$ , formulės (4) gaunamos įrašant pakaitomis skaitmenų 99...9 ir 00...0 grupes tarp skaičiaus  $999^m$  skaitmenų,

$$\begin{aligned} \underbrace{99 \dots 9}_n^9 &= \overbrace{99 \dots 9 \underbrace{991 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 035 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{916 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 125 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{874}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ &\quad \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} \underbrace{083 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{964 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 008 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{999}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ \underbrace{99 \dots 9}_n^{10} &= \overbrace{99 \dots 9 \underbrace{990 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 044 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{880 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 209 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{748}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ &\quad \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} \underbrace{209 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{880 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 044 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{990 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 00 \dots 0}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ \underbrace{99 \dots 9}_n^{11} &= \overbrace{99 \dots 9 \underbrace{989 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 054 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{835 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 329 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{358}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ &\quad \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} \underbrace{461 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{670 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 164 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{945 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 00 \dots 0}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ &\quad \underbrace{99 \dots 9}_{n-3} 999, \\ \underbrace{99 \dots 9}_n^{12} &= \overbrace{99 \dots 9 \underbrace{988 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 065 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{780 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 494 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{208}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ &\quad \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} \underbrace{923 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{208 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 494 \underbrace{99 \dots 9 \underbrace{780 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 00 \dots 0}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}_{n-3}}, \\ &\quad \underbrace{99 \dots 9}_{n-3} \underbrace{988 \underbrace{00 \dots 0}_{n-3} 00 \dots 0}_{n-3} 00 \dots 01. \end{aligned} \tag{4}$$

**3 teiginys.** Kai  $m \in [13, 15]$  ir  $n > 4$ , formulės (5)–(6) gaunamos įrašant pakaitomis skaitmenų  $99 \dots 9$  ir  $00 \dots 0$  grupes tarp skaičiaus  $9999^m$  skaitmenų,

$$\underbrace{99 \dots 9}_n^{13} = \overbrace{\underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{99987}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0077}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9714}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0714}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{8713}_{n-4}}_{(5)}$$

$$\overbrace{\underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{1715}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{8284}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{1286}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9285}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0285}_{n-4}}_{(5)}$$

$$\overbrace{\underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9922}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0012}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9999}_{n-4}}_{(5)},$$

$$\underbrace{99 \dots 9}_n^{14} = \overbrace{\underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9986}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0090}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9636}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{1000}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{7998}_{n-4}}_{(5)}$$

$$\overbrace{\underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{3002}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{6568}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{3002}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{7998}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{1000}_{n-4}}_{(5)}$$

$$\overbrace{\underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9636}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0090}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9986}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0001}_{n-4}}_{(5)},$$

$$\underbrace{99 \dots 9}_n^{15} = \overbrace{\underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9985}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0104}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9545}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{1364}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{6997}_{n-4}}_{(6)}$$

$$\overbrace{\underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{5004}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{3565}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{6434}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{4995}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{3002}_{n-4}}_{(6)}$$

$$\overbrace{\underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{98635}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0454}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9895}_{n-4} \underbrace{00 \dots 0}_{n-4} \underbrace{0014}_{n-4} \underbrace{99 \dots 9}_{n-4} \underbrace{9999}_{n-4}}_{(6)}.$$

## II Apibendrinkite Teiginius 1–3

- (a) laipsniams  $m > 15$ ,  
 (b)  $\beta$ -tainėje skaičiavimo sistemoje,  $\beta \neq 10$ .

## III Įrodykite arba paneikite sekantį teiginį.

**4 teiginys.** Kai  $m \geq 2$  ir  $n > 1$ , laipsnių  $\underbrace{99 \dots 9}_n^m$  formulės yra gaunamos įrašant pakaitomis skaitmenų  $\underbrace{99 \dots 9}_{n-p}$  ir  $\underbrace{00 \dots 0}_{n-p}$  grupes tarp skaičiaus  $\underbrace{99 \dots 9}_p^m$  skaitmenų.

Čia

$$p = \begin{cases} 2\kappa_1 + 1, & \kappa_2 \leq 5, \\ 2\kappa_1 + 2, & \kappa_2 > 5, \end{cases} \quad kur \begin{cases} \kappa_1 = \lfloor (m-2)/7 \rfloor, \\ \kappa_2 = m - 7\kappa_1. \end{cases}$$

## IV Įrodykite formules

$$\underbrace{11 \dots 1}_n^2 = \underbrace{12 \dots n}_{n-1} \dots \underbrace{21}_{n-1}, \quad n \leq 9,$$

$$\underbrace{33 \dots 3}_n^2 = \underbrace{11 \dots 1}_{n-1} \underbrace{088 \dots 89}_{n-1},$$

$$\underbrace{66 \dots 6}_n^2 = \underbrace{44 \dots 4}_{n-1} \underbrace{355 \dots 56}_{n-1}.$$

V Įrodykite formulę

$$A := \underbrace{\overline{\alpha\alpha\dots\alpha}}_{n>1}^{-1} = 0,\underbrace{00\dots0}_{n-1}\underbrace{\left(\frac{9}{\alpha}10^{n-1}\right)}_{\text{periodas}}, \quad A \notin \{44, 88, 888\}, \alpha \notin \{0, 7\}.$$

1 pastaba. Panaudokite formulę  $P/(10^n - 1) = 0, (P)$ , kur  $P$  yra  $n$  skaitmenų periodas.

VI Apibendrinkite V užd. teiginį  $\beta$ -tainėje skaičiavimo sistemoje,  $\beta \neq 10$ .

VII Parašykite algoritmą (ir programinį kodą) tolygiųjų skaičių laipsnių formulių  $\beta$ -tainėje skaičiavimo sistemoje paieškai bei patikrinimui. Kaip organizuoti skaičiavimus, kai skaičiavimo sistemos pagrindas  $\beta > 36$ ?

VIII Apibendrinkite Teoremą 1. Kaip pasikeis sąlyga (ii), kai  $\alpha < \beta - 1$ ?

## Literatūra

- [1] K.N. Adédji, A. Filipin, A. Togbé. Padovan and Perrin numbers which are products of two repdigits in base  $b$ . *Results Math.*, **76**:193, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00025-021-01502-6>.
- [2] C. Adegbindin, F. Luca, A. Togbé. Lucas numbers as sums of two repdigits. *Lith. Math. J.*, **59**:295–304, 2019. <https://doi.org/10.1007/s10986-019-09451-y>.
- [3] C. Adegbindin, F. Luca, A. Togbé. Pell and Pell-Lucas numbers as sums of two repdigits. *Malays. Math. Sci. Soc.*, **43**:1253–1271, 2020. <https://doi.org/10.1007/s40840-019-00739-3>.
- [4] I. Belovas. Etiudas apie skaičiaus  $99\dots9$  laipsnius. *Alfa plus Omega*, **2**:102, 1997.
- [5] F. Erduvan, R. Keskin, Z. Şiar. Repdigits base  $b$  as products of two Lucas numbers. *Quaestiones Mathematicae*, **44**(10):1283–1293, 2021. <https://doi.org/10.2989/16073606.2020.1787539>.
- [6] F. Erduvan, R. Keskin, F. Luca. Fibonacci and Lucas numbers as difference of two repdigits. *Rend. Circ. Mat. Palermo, II. Ser.*, **71**:575–589, 2021. <https://doi.org/10.1007/s12215-021-00645-3>.
- [7] F. Erduvan, R. Keskin, Z. Şiar. Repdigits base  $b$  as products of two Fibonacci numbers. *Indian J. Pure Appl. Math.*, **52**:861–868, 2021. <https://doi.org/10.1007/s13226-021-00041-8>.
- [8] D. Grimailaitė. *Kolatso uždavinys įvairiose skaičiavimo sistemosė*. Bakalauro darbas. Vadovė prof. dr. R. Kačinskaitė. ŠU, 2015. <https://www.lvb.lt/permalink/f/16nmo04/ELABAETD8724550>.
- [9] N. Irmak, A. Togbé. Factorials as repdigits in base  $b$ . *Notes on Number Theory and Discrete Mathematics*, **28**(1):21–25, 2022. <https://doi.org/10.7546/nmtdm.2022.28.1.21-25>.
- [10] S. E. Rihane.  $k$ -Fibonacci and  $k$ -Lucas numbers as product of two repdigits. *Results Math.*, **76**:208, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00025-021-01526-y>.
- [11] S.E. Rihane.  $k$ -Pell numbers as products of two repdigits. *Mediterr. J. Math.*, **19**:61, 2022. <https://doi.org/10.1007/s00009-022-01983-x>.

- [12] Z. Šiar, R. Keskin, F. Erduvan. Fibonacci or Lucas numbers which are products of two repdigits in base  $b$ . *Bull. Braz. Math. Soc. New Series*, **52**:1025–1040, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00574-021-00243-y>.
- [13] Z. Šiar, R. Keskin, F. Erduvan. Repdigits base  $b$  as difference of two Fibonacci numbers. *J. Math. Study*, **55**(1):88–94, 2022. <https://doi.org/10.4208/jms.v55n1.22.07>.
- [14] P. Trojovský. On repdigits as sums of Fibonacci and tribonacci numbers. *Symmetry*, **12**(11):1744, 2020. <https://doi.org/10.3390/sym12111774>.

## SUMMARY

**On repdigits powers in base  $\beta$** *I. Belovas*

The article presents formulas for powers of repdigits in the different numeral systems. This task can be used as an exercise for computer science students to help them master the corresponding mathematical apparatus.

*Keywords:* repdigits, numeral systems