Liet. matem. rink, **46**, *spec. nr.*, 2006, 328–332

Fototranzistorių matematinis modeliavimas

Julija ANILIONIENĖ (KTU)
e-mail: romualdas.anilionis@tef.ktu.lt

1. Įvadas

Naudojant fototranzistorius (FT) įvairiuose optoelektroniniuose įrenginiuose ir siekiant gauti kuo mažesnius signalų iškraipymus, daug dėmesio skiriama netiesiškumų, pasireiškiančių FT, tyrimams [1]. Analizuojant netiesines inercines sistemas su kintamais parametrais, naudojamos diferencialinės lygtys, atspindinčios netiesines, dažnines ir parametrines sistemos charakteristikas [2]. Tačiau šios sudėtingos lygtys sprendžiamos taikant skaitmeninius metodus, kurie reikalauja labai didelių kompiuterio resursų ir laiko, ir tinka tik daliniais atvejais.

Šio darbo tikslas – įvertinti fototranzistoriaus netiesiškumus, ištirti jų įtaką signalų iškraipymams, gauti bendrus sprendinius, tinkamus inžinieriniams skaičiavimams, naudojant apytikslius metodus, iš kurių vienas priimtinausių yra taikant funkcijų Voltero–Vinerio eilutes [3].

2. Modelis ir tyrimo metodika

Taikant funkcijų Voltero–Vinerio eilučių metodą, fototranzistorių, kaip netiesinę sistemą, sudaro lygiagrečiai sujungtos tiesinė, kvadratinė, kubinė ir t.t. sistemos.

Pirmoji sistema – tiesinė. Jei į FT paduodamas signalas $i_{IN}(t)$, tai jos išėjimo signalas [3]

$$i_{IŠ}^{T}(t) = \int_0^t h_{1FT}(t-\tau_1)\, i_{IN}(\tau_1)\,\mathrm{d}\tau_1 = \int_0^t h_{1FT}(\tau_1)\, i_{IN}(t-\tau_1)\,\mathrm{d}\tau_1 \tag{1}$$

arba vaizdas

$$I_{IŠ}^{T}(p) = H_{1FT}(p) I_{IN}(p); \tag{2}$$

čia p – kompleksinis kintamasis, $i_{IN}(t) = 0$, kai $t < 0$.

Kvadratinės sistemos išėjimo signalas

$$i_{IŠ}^{KV}(t) = \int_0^t \int_0^t h_{2FT}(t-\tau_1, t-\tau_2) \prod_{i=1}^{2} i_{IN}(\tau_i)\,\mathrm{d}\tau_i$$

$$= \int_0^t \int_0^t h_{2FT}(\tau_1, \tau_2) \prod_{i=1}^{2} i_{IN}(t - \tau_i)\, \mathrm{d}\tau_i \tag{3}$$

arba vaizdas

$$I_{I\check{S}}^{KV}(p_1, p_2) = H_{2FT}(p_1, p_2) \prod_{i=1}^{2} I_{IN}(p_i)\,. \tag{4}$$

Kubinės sistemos išėjimo signalas

$$\begin{aligned} i_{I\check{S}}^{KB}(t) &= \int_0^t \int_0^t \int_0^t h_{3FT}(t-\tau_1, t-\tau_2, t-\tau_3) \prod_{i=1}^{3} i_{IN}(\tau_i)\, \mathrm{d}\tau_i \\ &= \int_0^t \int_0^t \int_0^t h_{3FT}^{KB}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \prod_{i=1}^{3} i_{IN}(t-\tau_i)\, \mathrm{d}\tau_i \end{aligned} \tag{5}$$

arba vaizdas

$$I_{I\check{S}}^{KB}(p_1, p_2, p_3) = H_{3FT}(p_1, p_2, p_3) \prod_{i=1}^{3} I_{IN}(p_i)\,. \tag{6}$$

Įvertinsime tik tris harmonikas, nes optiniuose įrengimuose jau trečia harmonika yra labai maža. Tada, pilnas išėjimo signalas yra tiesinės, kvadratinės ir kubinės sistemų signalų suma

$$i_{i\check{s}}(t) = \sum_{k=1}^{3} \int_0^t \int_0^t \int_0^t h_{KFT}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \prod_{i=1}^{3} i_{IN}(t-\tau_i)\, \mathrm{d}\tau_i; \tag{7}$$

čia $h_{KFT}(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ yra funkcijų Voltero eilučių atitinkamos eilės branduoliai.

Jei į fototranzistorių paduodamas signalas

$$i_{IN}(t) = I_{IN} \cos(wt + \varphi) = \frac{1}{2} I_{IN} \left(\mathrm{e}^{j(wt+\varphi)} + \mathrm{e}^{-j(wt+\varphi)} \right), \tag{8}$$

tai FT režimo pokytis nustatomas analizuojant kvadratinę sistemą [3]:

$$\begin{aligned} i_{i\check{s}}^{KV}(t) &= \frac{1}{2} I_{IN}^2 \mathrm{Re}\left(H_{2FD}(jw, -jw)\right) \\ &\quad + \frac{1}{2} I_{IN}^2 \left|H_{2FT}(jw, jw)\right| \cdot \cos(2wt + \varphi_{2w})\,; \end{aligned} \tag{9}$$

čia φ_{2w} – antros harmonikos fazė.

Pirmos harmonikos pokytis randamas tiriant kubinę sistemą:

$$i_{\text{iš}}^{KB}(t) = \frac{3}{4} I_{IN}^3 \left| H_{3FT}(jw, jw, -jw) \right| \cos(wt + \varphi_w) \\ + \frac{1}{4} I_{IN}^3 \left| H_{3FT}(jw, jw, jw) \right| \cos(3wt + \varphi_{3w}); \tag{10}$$

čia φ_{3w} – trečios harmonikos fazė.

Norint nustatyti fototranzistoriaus darbo režimo pokyčius bei perduodamų signalų iškraipymus dėl FT netiesiškumų, pirmiausia juos reikia įvertinti.

3. Analitiniai sprendimai

Išnagrinėsime fototranzistoriaus netiesiškumus.

Pagrindiniai FT netiesiškumai, sąlygojantys režimo bei parduodamo signalo pokyčius, yra sandūrų srovės bei jų talpos [4].

FT emiterio sandūros srovė

$$i_e = I_{e_{\text{Š}}}(\exp(\gamma_e u_e) - 1); \tag{11}$$

čia $I_{e_{\text{Š}}}, \gamma_e$ – FT parametrai, u_e – sandūros įtampa.

Išskleidę (11) Teiloro eilute

$$i_e = I_{e_0} + \lambda_1 u_e + \lambda_2 u_e^2 + \lambda_3 u_e^3; \tag{12}$$

čia $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – koeficientai, priklausantys nuo FT parametrų.

Netiesinio generatoriaus srovė, pratekanti per emiterio sandūros talpą

$$i_{c_e} = \beta_1 du_e/dt + \beta_2 du_e^2/dt + \beta_3 du_e^3\, dt; \tag{13}$$

čia $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ – koeficientai, priklausantys nuo FT parametrų.

Netiesinio generatoriaus srovė, tekanti per kolektoriaus talpą

$$i_{C_K} = \gamma_1 du_k/dt + \gamma_2 du_K^2/dt + \gamma_3 du_K^3/dt; \tag{14}$$

čia $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – koeficientai, priklausantys nuo FT parametrų.

Išėjimo srovės kintama dedamoji

$$i_K = (L_1 - pD_1)\, u_e + (L_2 - pD_2)\, u_e^2 + (L_3 - pD_3)\, u_e^3; \tag{15}$$

čia L_1, L_2, L_3 ir D_1, D_2, D_3 – koeficientai, priklausantys nuo FT parametrų ir dažnio.

Įvertinus fototranzistoriaus netiesiškumus, atitinkamiems ekvivalentinėmis FT schemos [2] mazgams, skaičiuojami tiesinės, kvadratinės ir kubinės sistemų branduoliai.

Tiesinės sistemos branduolius žymėsime $H_{11FT}(p), H_{12FT}(p), H_{13FT}(p)$. Jie atitinka FT ekvivalentinės schemos mazgus ir nustatomi iš matricinės lygties:

$$\begin{pmatrix} H_{11FT}(p) \\ H_{12FT}(p) \\ H_{13FT}(p) \end{pmatrix} = W^{-1}(p) \begin{pmatrix} \frac{1}{R_G+pX_G} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \tag{16}$$

čia R_G, X_G – srovės generatoriaus parametrai, $W(p)$ – (16) laidumų matrica.

$$W^{-1}(p) = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_G+pX_G}+\frac{1}{r_b} & -\frac{1}{r_b} & 0 \\ \frac{1}{r_b} & \frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_k}+\lambda_1+L_1+(\gamma_1+\beta_1-D_1)\,p & \frac{1}{r_k}+L_1+(\gamma_1-D_1)\,p \\ 0 & \frac{1}{r_k}+L_1+(\gamma_1-D_1)\,p & \frac{1}{r_k}+\frac{1}{R_{ap}}+L_1+(\gamma_1-D_1)\,p \end{pmatrix}; \tag{17}$$

čia $r_b,\ r_k$ – ekvivalentinės schemos parametrai, R_{ap} – apkrovimo varža.

Suradus tiesinį branduolį, galima paskaičiuoti srovę išėjimą

$$I_{IŠ} = H_{13FT}(p)I_{IN}. \tag{18}$$

FT schemos mazgų dvimačius branduolius atitinkamai žymėsime $H_{21FT}(p_1,p_2)$, $H_{22FT}(p_1,p_2)$ ir $H_{23FT}(p_1,p_2)$ ir nustatome juos iš lygties

$$\begin{pmatrix} H_{21FT}(p_1,p_2) \\ H_{22FT}(p_1,p_2) \\ H_{23FT}(p_1,p_2) \end{pmatrix} = W^{-1}(p_1,p_2)$$
$$\times \begin{pmatrix} 0 \\ (L_2-D_2(p_1+p_2)+\gamma_2(p_1+p_2))\cdot\prod_{i=1}^{2}(H_{13FT}(p_i)-H_{12FT}(p_i))- \\ -(\lambda_2+\beta_2(p_1+p_2))\cdot\prod_{i=1}^{2}H_{12FT}(p_i) \\ L_2-D_2(p_1+p_2)+\gamma_2(p_1y+p_2)\cdot\prod_{i=1}^{2}(H_{13FT}(p_i)-H_{12FT}(p_i)) \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Iš (19) suradus dvimatį branduolį $H_{23FT}(p_1,p_2)$, nustatomos fototranzistoriaus išėjimo srovės pastovios dedamosios priklausomybės dažnių diapazone, įvertinant tiek ekvivalentinės schemos parametrus, tiek išorinius elementus.

Tada, fototranzistoriaus išėjimo srovės pastovios dedamosios pokytis, suradus dvimatį branduolį $H_{23FT}(jw,-jw)$, pagal (9), lygus

$$\Delta I_{IŠ_0} = \frac{1}{2}I_{IN}^2 H_{23FT}(jw,-jw). \tag{20}$$

Taigi, naudojant Voltero–Vinerio eilučių metodą, galima nustatyti fototranzistoriaus išėjimo srovės priklausomybes nuo įėjimo signalo parametrų bei įvertinti paties fototranzistoriaus parametrų ir išorinių elementų įtaką į perduodamų signalų iškraipymus.

4. Išvados

1. Fototranzistoriaus, kaip optoelektroninių įrenginių elemento, įtakai signalų iškraipymams tirti pasiūlytas funkcijų Voltero–Vinerio eilučių metodas.

2. Atliktas fototranzistoriaus netiesiškumų, turinčių pagrindinę įtaką signalų iškraipymams, modeliavimas.
3. Sudarytos lygtys operacinėje formoje tiesinei, kvadratinei sistemoms. Surasti vienmačiai, dvimačiai Voltero eilučių branduoliai, pagal kuriuos galima nustatyti FT darbo režimo pokyčius dažnių diapazone nuo įėjimo signalo, įvertinant FT parametrus bei išorinius elementus.

References

1. J. Anilionienė, Netiesiškumų optinėse ryšio sistemose tyrimas, *Elektronika ir elektrotechnika*, **1**(57), 36–41 (2005).
2. J.G. Proakis, *Digital Communications*, 4th ed., Mc Fraw-Hill, NY (2001).
3. S. Naraynan. Transistor distortion anglysis using Volterra series, *Technical Yornal*, May, 21–31 (1976).
4. JP. Pocholle, Measure des caracteristiques frequentielles des fibres optiques multimodes, *Revue Technique THOMSON*, CSF, **13**(4), 32–38 (1981).

SUMMARY

J. Anilionienė. Mathematical simulation of the phototransistors

There are presented the model of the phototransistors and evaluated their non-linearity's. For simulation non-linearity's influence in a signal distortion the functional Voltera series are developed.

Keywords: phototransistor, optical fiber, photo receiver.