

Kompiuterinės matematikos sistemos mokymo procese

Sigita TURSKIENĖ (ŠU)

el. paštas: sigita@fm.su.lt

1. Įvadas

Atsižvelgiant į informacijos ir komunikacijos technologijos diegimo Lietuvos švietime strategiją, svarbu žinoti, kokias kompiuterines technologijas, kaip ir į kokius dalykus būtų efektyvu diegti.

Kompiuterinių technologijų diegimas mokant matematikos leidžia išsamiau tyrinėti nagrinėjamų objektų savybes, pastebėti procesų dėsningumus, moksleivių žinias orientuoti ne į atskirus dalykinių žinių fragmentus, bet į sprendžiamą problemą [5].

Tokia kompiuterine technologija gali būti šiuolaikinės universalios kompiuterinės matematikos sistemos (KMS), turinčios patogią grafinę vartotojo sąsają bei galingas priemones matematikos uždaviniams spręsti.

Įvairių matematikos sričių uždavinių sprendimo galimybės KMS nagrinėjamos [2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10] darbuose. Intensyvius tyrimus būtina vykdyti toliau. Pirma to priežastis – nuolatinis KMS tobulėjimas ir naujų atsiradimas. Antra priežastis – Lietuvoje nėra išsamių tyrimų, kaip taikyti KMS vidurinėje mokykloje mokant matematikos. Pavienių tyrimų yra mažai ir jų rezultatus sunku apibendrinti. Kaip rodo [6, 11] tyrimai, KMS diegimas matematikos mokymo procese reikalauja specialių pastangų tiek iš mokytojų, tiek iš mokinių. Lietuvos mokyklose šia kryptimi pradėjo dirbti informatikos mokytojai [1], tačiau matematikai didelės iniciatyvos nerodo.

Šio darbo tikslas – atlikti Lietuvoje populiarių KMS apžvalgą, panagrinėti KMS panaudojimo galimybes uždaviniams su objektų transformacijomis spręsti.

2. Lietuvoje populiarių KMS apžvalga

Išsamus KMS nagrinėjimas užima daug laiko. Be to, kai kurios sistemų savybės išryškėja tik detaliai su jomis susipažinus. Siekdami palengvinti KMS išsavinimą, pirmiausiai pateiksime dažniausiai Lietuvoje naudojamų KMS (MAPLE, MATHCAD, MATLAB, MATHEMATICA) darbo bendruosius prašumus [11]:

- Sistemos dirba keliuose operacinėse sistemose (OS): WINDOWS 95/98/2000, UNIX, LINUX ir kt.;
- Turi galingus elektroninius žinytus, kurie talpina didelį informacijos kiekį;

- Vartotojas gali plėsti sistemų galimybes kurdamas savo procedūras ir paketus;
- Norint patenkinti įvairių poreikių vartotojus, KMS kuriamos kelių modifikacijų;
- Darbas WINDOWS OS organizuojamas dokumento pavidalu. Vartotojas bendrauja dialogo režimu pagal principą „davei klausimą – gavai atsakymą“;
- Turi galingas vidines aukšto lygio programavimo kalbas, kurių sintaksė panaši į universalių programavimo kalbų (C, PASCAL) sintaksę. Jos lenkia universalias programavimo kalbas rinkiniu funkcijų, kurios palengvina matematinių reiškinių užrašymą;
- Sistemose vartojami simboliai, įprasti matematikos simboliams. Sistemų paskutinėse versijose duomenims įvesti plačiai naudojamos simbolių paletės;
- Turi programinę sąsają su universaliomis programavimo kalbomis C ir FORTRAN. Dokumento išsaugojimas HTML formatu leidžia gautus rezultatus publikuoti internete ir spaudoje;
- Kad geriau išnaudotų sistemų galimybes, firmos, kuriančios KMS, stengiasi integruoti savo produktus su kitų firmų produktais. Pavyzdžiui, MAPLE ir MATLAB, MAPLE ir MS EXCEL ir kt.;
- Turi geras priemones sudėtingiems ir vaizdiems elektroniniams dokumentams rengti: matematinių formulių rašymas ir spalvinimas, dokumentų įterpimas OLE būdu, grafinių brėžinių įrašymas dažnai naudojamais grafikos formatais (gif, bmp, jpg ir kt.) kaip atskirus paveikslėlius; nuorodų įterpimas, puikios grafinės iliustracijos, animacijos ir garso naudojimas ir kt.
- Galima naudoti kaip savarankiško ir distancinio matematikos mokymo priemones. Tačiau šiuo atveju reikia metodiniu požiūriu gerai parengtų elektroninių pamokų. Kai kurių sistemų darbo pagrindus galima įgyti distanciniu būdu.

Sistema MAPLE yra viena iš plačiausiai naudojamų sistemų Lietuvos ir užsienio universitetuose. Turi lengvai įvaldomą vartotojo sąsają. Komandų sintaksė nesudėtinga, panaši į BASIC ir PASCAL kalbų sintaksę. Galima dirbti su elektroninėmis lentelėmis, pagreitinti matriciniai skaičiavimai (NAG) ir kt. Palyginus su sistema MATHEMATICA lengviau atliekamas grafinių vaizdų kūrimas. Dėl šių savybių ir blogos apsaugos nuo nelegalaus kopijavimo sistema MAPLE tapo viena iš labiausiai paplitusių Lietuvoje sistemų.

Sistema MATHEMATICA – tai galinga KMS su plačiomis skaitinių ir simbolių skaičiavimų galimybėmis, turi geras grafikos ir animacijos kūrimo priemones. Plačiau naudojama universitetuose ir mokslinių tyrimų centruose. Komandų sintaksė daugiau panaši į C kalbos sintaksę. Kaip rodo tyrimai [1, 11], studentai ir mokiniai šią sistemą įsisavina sunkiau negu sistemą MAPLE. Sistemos žinynas vienas iš geriausių.

Viena iš anksčiau paplitusių sistemų – MATHCAD. Tai greitai besivystanti ir lanksti KMS. Ja nesunku išmokti dirbti, turi daug patogių palečių. Sistemos žinyną sudaro daug puslapių. Jis yra gana painus ir sudėtingas.

Sistema MATLAB – tai aukšto lygio mokslinių-techninių skaičiavimų sistema. Išskirtinė šios sistemos savybė – puikiai išplėtotos grafinės ir matricinių skaičiavimų galimybės. Jos taikymo sritys: skaitiniai ir simboliniai skaičiavimai, duomenų analizė, modeliavimas.

KMS tarpusavyje lyginamos pagal kelias pagrindines savybes: vartotojo grafinę sąsają, algoritmų kokybę, skaičiavimų galimybes ir greitį, grafinių vaizdų kokybę, intelektualumo lygį ir kt. Sudėtingiau KMS palyginti pagal algoritmų kokybę, nes sistemų žinynuose algoritmai nedetalizuojami.

Kaip išsirinkti mokymui tinkamą sistemą? Praktiniam matematikos mokymui skirtas ribotas laikas, todėl reikia:

- įvertinti sprendžiamų uždavinių pobūdį;
- įvertinti turimą techninį ir programinį lygį;
- įvertinti vartotojo gebėjimus dirbti kompiuteriu;
- KMS žinynuose turi būti išsamiai aprašyta komandų ir funkcijų sintaksė;
- KMS turi būti greitai įvaldomos, turėti patogią grafinę vartotojo sąsają;
- KMS turi teikti detalius pranešimus apie klaidų diagnostiką.

Vartotojas, dirbdamas su KMS, gilina darbo kompiuteriu žinias ir susipažįsta su šiuolaikinių programų vartotojo sąsaja.

KMS taikymų praktika rodo, kad pats svarbiausias jų įsisavinimo etapas yra pirmasis – daug galimybių, o nėra žinių sistemos. Todėl daug vartotojų KMS padeda į „archyvą“. Norint išmokti dirbti su KMS, reikia įgyti „žinyno“ ideologijos darbo su sistema įgūdžius. Galvojančiam vartotojui KMS suteikia papildomas galimybes lavinti išmonę ir gilinti žinias, o paviršutiniškai mąstantis ieškos būdų atsipirkti mygtukų paspaudimu ir gatavais sprendiniais.

Lietuvoje KMS taikymų ribos, duomenų apdorojimo apimtys nėra labai plačios. Kol kas jas riboja techninės ir programinės galimybės, literatūros lietuvių kalba stoka, dalyko mokytojams trūksta žinių bei įgūdžių naudoti kompiuterius mokymui ir kt.

3. Uždavinių su transformacijų taikymu sprendimo galimybės KMS

Transformacijos naudojamos skaičiavimo, įrodymo ir brėžimo uždaviniams spręsti. Mokytojui ar mokiniui greitai spręsti uždavinius su transformacijomis esant įvairiems pradiniais duomenims yra gana sunku: sugaištama daug laiko skaičiavimams ir grafiniams vaizdams kurti.

Minėtiems uždaviniams spręsti patogų naudoti kompiuterines technologijas. Jomis galima atlikti įvairių transformacijų iliustravimą, kuris leidžia studijuojančiajam vaizdžiai stebėti geometrinių objektų transformacijų vaizdų kitimą keičiantis pradiniais duomenimis. Taip lengviau suvokiamos konkrečios transformacijos savybės.

Uždavinius su objektų transformacijomis galima suskirstyti taip: paprastų transformacijų iliustravimas; sudėtinųjų judesių iliustravimas (pvz., slenkančioji simetrija = ašinė simetrija + lygiagretusis postūmis); transformacijų taikymai įvairiems uždaviniams spręsti; grafinių vaizdelių kūrimas.

Iš praktikos žinome, kad uždavinių su transformacijomis sprendimas suvedamas į pradinio ir transformuoto objekto brėžimą. Taigi pirmiausiai reikia mokėti nubrėžti plokštumos ar erdvės objektus, kai žinomos jų analizinės formulės arba specialiomis KMS komandomis [6].

Uždavinius su objektų transformacijomis KMS galima spręsti dvejopai:

1. Rašyti vartotojo programas objektų transformacijoms atlikti. Tam pakanka žinoti transformacijų koordinatinės išraiškas, sistemos grafikos galimybes ir kai kurias reiškinų pertvarkių funkcijas;
2. Naudotis KMS siūlomomis plokštumos ir erdvės objektų transformacijų komandomis.

Panagrinėsime sistemos MAPLE galimybes. Palyginus su kitomis KMS, joje yra daugiausiai standartinių funkcijų minėto tipo uždaviniams spręsti. Be to, kaip rodo išankstinė moksleivių apklausa [1, 11], jie labiausiai norėtų dirbti su šia sistema. Greitą minėtų uždavinių sprendinių gavimą esant įvairioms pradinėms sąlygoms užtikrina šios sistemos MAPLE galybės: skaitiniai ir simboliniai skaičiavimai, programavimo elementai, patogios grafikos priemonės.

Sistema MAPLE galima atlikti mokykliniame ir universitetiniame geometrijos kurse nagrinėjamas pagrindines transformacijas: judesius (ašinė ir centrinė simetrija, slenkančioji simetrija, lygiagretusis postūmis, posūkis), panašumo transformacijas (homotetija, dilatacija, homotetinis posūkis, homotetinė simetrija), afiniąsias transformacijas (homologijos, tarp jų slinktis, sąspūdis), inversiją.

Uždaviniams su transformacijomis spręsti sistema MAPLE siūlo šias priemones:

- Paketo *geometry* komandos plokštumos figūroms transformuoti: *translation* (lygiagretusis postūmis), *rotation* (posūkis), *reflection* (simetrija), *dilatation* (dilatacija), *GlideReflection* (slenkančioji simetrija), *StretchReflection* (homotetinė simetrija), *StretchRotation* (homotetinis posūkis), *inversion* (inversija), *SpiralRotation* (spiralinis posūkis), *homology* (homologija) ir kt. Paketo komandos leidžia rasti transformuotos figūros analizinę formulę bei įvairias transformuotos figūros charakteristikas. Tačiau šiomis funkcijomis transformuojami tik *geometry* pakete apibrėžti dvimatės Euklido geometrijos objektai (objects): taškas, tiesė, atkarpa, parabolė, kvadratas, elipsė ir kt.;
- Paketo *plottools* komandos plokštumos ir erdvės figūroms transformuoti: *translate* (lygiagretusis postūmis), *rotate* (posūkis), *homothety* (homotetija), *reflect* (simetrija), *scale* (mastelio keitimas) ir kt. Galima atlikti įvairias transformacijas objektų, kurie apibrėžti pakete *plottools* arba žinomos jų koordinatinės išraiškos. Tačiau pakete nėra funkcijų, kuriomis būtų galima rasti transformuotos figūros analizes formules. Todėl, pavyzdžiui, negalima rasti taškų, kurie yra duotos ir transformuotos figūros sankirtos taškai;
- Paketo *geom3d* komandos erdvės geometriniams objektams transformuoti: *rotation*, *translation*, *screwdisplacement* (sraigtinis judesys), *reflection*, *rotatoryReflection* (posūkio simetrija), *glideReflect*, *homothety*, *homology*, *inversion*, *glideReflection* ir kt.

Informaciją apie konkrečią komandą galima gauti komandomis `?komandos_vardas` arba `help(komandos_vardas)`. Palyginę siūlomas priemones, pastebime, kad paketo

plottools komandos yra universalios, o paketų *geometry* ir *geom3d* funkcijos yra specializuotos.

Pateiksime pavyzdį, kuris iliustruoja sistemos MAPLE duomenų įvesties, išvesties, grafikos, paketų *plots* ir *plottools* figūrų transformacijas: centrinę simetriją, lygiagretųjį postūmį, mastelio keitimą.

```
>restart: with(plottools):with(plots):
a:=readstat('Įveskite figūros postūmio x ašimi dydį a: ');
b:=readstat('Įveskite figūros postūmio y ašimi dydį b: ');
xo:=readstat('Įveskite figūros mastelio koeficientą x ašimi xo: ');
yo:=readstat('Įveskite figūros mastelio koeficientą y ašimi yo: ');
px:=readstat('Įveskite simetrijos taško A koordinatę xp: ');
py:=readstat('Įveskite simetrijos taško A koordinatę yp: ');
e:=ellipticArc([10,10],5,6,0..Pi, filled=true, color=green),
polygon([[5,10],[10,0],[15,10]], color=gold)
p:=display(e,scaling=constrained, title=' Figūros transformacijos: \n
pradinė(1), postūmis(2), mastelio keitimas(3), \n simetrija taško A atžvilgiu (4)',
titlefont=[HELVETICA,10]):
po:=translate(p,a,b): q:=scale(p,xo,yo):
A:=point([px,py],color=black): t5:=TEXT([px+3,py],"A"):
s:=reflect(p,[px,py]):
t:=textplot([[9,13,'1']], color=black, align=RIGHT,font=[COURIER,10]):
t1:=textplot([[9+a,13+b,'2']], color=black, align=RIGHT,font=[COURIER,10]):
t2:=textplot([[10*xo-1,12*yo,'3']], color=black,align=RIGHT, font=[COURIER,
10]):
t4:=textplot([[ -2*sqrt((px-10)^2)+9,2*py-12,'4']],color=black,align=RIGHT, font
=[COURIER,10]):
t3:=textplot([[7+a/2,b/2-1,'postūmio vektorius']],color=black,
align=LEFT, font=[COURIER,10]):
gl:=arrow([10,0],[10+a,b],0.1,1.0,0.2,color=black):
display(p,po,q,gl,t,t1,t2,t3,t4,t5,s,A);
```

Programos darbo rezultatas:

Įveskite figūros postūmio x ašimi dydį a : -22;

Įveskite figūros postūmio y ašimi dydį b : 15;

Įveskite figūros mastelio koeficientą x ašimi xo : 3;

Įveskite figūros mastelio koeficientą y ašimi yo : 2;

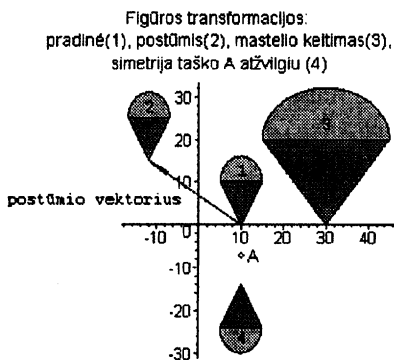
Įveskite simetrijos taško A koordinatę xp : 10;

Įveskite simetrijos taško A koordinatę yp : -7;

Programėlėje galima keisti objektų postūmio vektorių, mastelį, simetrijos centrą.

4. Išvados

1. Straipsnyje pateikta KMS analitinė apžvalga rodo, kad KMS taikymas mokymo procese yra tikslingas ir šiuolaikiškas;



1 pav. Figūros transformacijos.

2. Dauguma KMS turi panašią struktūrą. Iš Lietuvoje paplitusių KMS mokinių poreikius galėtų patenkinti MAPLE ir MATHCAD sistemos;
3. Būtina, kad mokytojai ir mokiniai turėtų darbo kompiuteriu pagrindus;
4. Nėra pakankamai mokymo priemonių lietuvių kalba;
5. Išanalizuoti Lietuvos vidurinių mokyklų matematikos programas, kaip būtų galima matematikos kursą papildyti kompiuterinėmis technologijomis.

Literatūra

- [1] Adresas internete: <http://www.geocities.com/psigita>.
- [2] V. Dagienė, E. Jasutienė, Kompiuterių programa geometrijai mokytį, *Kompiuterininkų dienos 2001*, 100–103 (2001).
- [3] A. Domarkas, R. Rakauskas, S. Cicėnas, Kompiuterinės algebras ir skaitinių metodų sąsaja, *Liet. matem. rink.*, **41** (spec. nr.), 184–190 (2001).
- [4] V. Denisovas, Modeliavimas dalykų dėstyje, *Informatika*, **36**, 5–35 (2000).
- [5] *Lietuvos bendrojo lavinimo mokyklos bendrosios programos ir bendrojo išsilavinimo standartai. XI–XII klasės*, Projektas, Vilnius (1999).
- [6] J. Lipeikienė, Geometrija su kompiuteriu, *Liet. matem. rink.*, **40** (spec. nr.), 232–239 (2000).
- [7] G. Misevičius, A. Pincevičius, J. Rakauskas, R. Eidukevičius, *Aukštoji matematika*, Vilnius (1999).
- [8] S. Sėrikovienė, Apie paketo Excel ir matematinio paketo Mathcad integraciją, *Liet. matem. rink.*, **41** (spec. nr.), 330–334 (2001).
- [9] V. Rudzkiėnė, Statistinės programos mokymo procese, *Informacijos mokslai*, **18**, 49–52, (2001).
- [10] S. Turskiėnė, *Darbo su sistema MAPLE V pagrindai*, Šiauliai (2001).
- [11] S. Turskiėnė, Kompiuterinių matematikos sistemų taikymo galimybės, *Fizika, informatika ir matematika bendrojo ugdymo ir aukštojoje mokykloje*, III respublikinė praktinė konferencija, Šiauliai (2001).

Computer mathematics systems in teaching process

S. Turskiėnė

The paper analyses possibilities of using computer mathematics systems in teaching process. The work surveys possibilities of using systems by teachers. The advantages and disadvantages of such computer mathematics systems as MAPLE, MATHEMATICA, MATLAB and MATHCAD are also examined in the work.