LMD mokslo darbai, 420–422
1998, Vilnius

Savireguliacija netiesinėje dinaminėje sistemoje su inerciniu sužadinimu

E. Astrauskienė (KTU), I. Tiknevičienė (KTU), L. Ragulskis (VDU),

Nagrinėjama esminiai netiesinė dinaminė sistema, kurios kinetinė ir potencinė energijos aprašomos lygybėmis

$$T = 0{,}5\left(m_x \cdot \dot{x}^2 + m_y \cdot \dot{y}^2 + J_1\dot{\varphi}_1^2 + J_2\dot{\varphi}_2^2\right) + m_1 r_1 \dot{\varphi}_1\left(-\dot{x}\sin\varphi_1 + \dot{y}\cos\varphi_1\right) +$$

$$+ m_2 r_2 \dot{\varphi}_2\left(\dot{x}\sin\varphi_2 + \dot{y}\cos\varphi_2\right), \tag{1}$$

$$\Pi = 0{,}5\left(c_x \cdot x^2 + c_y \cdot y^2\right) + m_1 g\left(y + r_1\sin\varphi_1\right) + m_2 g\left(y + r_2\sin\varphi_2\right), \tag{2}$$

o disipacinė funkcija yra pavidale

$$D = 0{,}5\left(H_x \cdot \dot{x}^2 + H_y \cdot \dot{y}^2\right). \tag{3}$$

Čia $m_x = m_1 + m_2, m_y = m_0 + m_1 + m_2, J_1 = J_{10} + m_1 r_1^2, J_2 = J_{20} + m_2 r_2^2, \dot{} = \frac{d}{dt},$

m_0 – nešančiojo kūno masė, m_i – i-tojo debalanso masė, r_i – i-tojo debalanso spindulys – vektorius, φ_i – i-tojo debalanso apibendrinta koordinatė, J_i – i-tojo nario redukuotas inercijos momentas ($i = 1, 2$), x, y – nešančio kūno ortogonalūs poslinkiai, H_x, H_y – sistemos klampios trinties koeficientai, C_x, C_y – sistemos standumo koeficientai.

Sistemos matematinis modelis su įvestais dviem mažais parametrais μ ir ε, įvertinančiais sistemos netiesiškumus, yra tokia esminiai netiesinių diferencialinių lygčių sistema

$$\begin{cases} m_x\ddot{x} + H_x\dot{x} + c_x x = m_1 r_1\left(\ddot{\varphi}_1\sin\varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1\right) - m_2 r_2\left(\ddot{\varphi}_2\sin\varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2\right), \\ m_y\ddot{y} + H_y\dot{y} + c_y y = -m_1 r_1\left(\ddot{\varphi}_1\cos\varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2\sin\varphi_1\right) - m_2 r_2\left(\ddot{\varphi}_2\cos\varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2\sin\varphi_2\right), \\ J_1\ddot{\varphi}_1 + \varepsilon m_1 r_1\left(-\ddot{x}\sin\varphi_1 + \ddot{y}\cos\varphi_1\right) + \varepsilon m_1 r_1 g\cos\varphi_1 = \varepsilon M_1\left(\dot{\varphi}_1\right), \\ J_2\ddot{\varphi}_2 + \varepsilon m_2 r_2\left(\ddot{x}\sin\varphi_2 + \ddot{y}\cos\varphi_2\right) + \mu m_2 r_2 g\cos\varphi_2 = \varepsilon M_2\left(\dot{\varphi}_2\right). \end{cases} \tag{4}$$

Parametrai μ ir ε gale skaičiavimų prilyginami vienetui.

Tiriamas lokalinis nusistovėjęs režimas

$$\overline{\dot{\varphi}_1} = \omega, \quad \overline{\dot{\varphi}_2} = \frac{1}{2}\omega.$$

(4) sistemos periodiniai sprendiniai ieškomi tokių eilučių pavidale:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \varepsilon x_1 + \ldots, \\ y &= y_0 + \varepsilon y_1 + \ldots, \\ \varphi_1 &= \varphi_{10} + \varepsilon \varphi_{11} + \ldots, \\ \varphi_2 &= \varphi_{20}(\mu) + \varepsilon\, \varphi_{21}(\mu) + \ldots, \end{aligned} \tag{5}$$

kurių paskutinioji atitinka kartotinės sinchronizacijos režimą.

Įstatę į (4) sistemą (5) išraiškas ir sulyginę koeficientus prie vienodų μ ir ε laipsnių gauname diferencialines lygtis, iš kurių nustatome, kad

$$x_0 = \frac{\omega^2 r_1 \mu_{x_1}}{p_x^2 - \omega^2} \cdot \cos \omega t + \frac{0{,}25\omega^2 r_2 \mu_{x_2}}{p_x^2 - 0{,}25\omega^2} \cdot \cos(0{,}5\omega t + \alpha), \tag{6}$$

$$y_0 = \frac{\omega^2 r_1 \mu_{y_1}}{p_y^2 - \omega^2} \cdot \sin \omega t + \frac{0{,}25\omega^2 r_2 \mu_{y_2}}{p_y^2 - 0{,}25\omega^2} \cdot \sin(0{,}25\omega t + \alpha), \tag{7}$$

$$\varphi_2 = 0{,}5\omega t + \alpha + \mu D \cos(0{,}5\omega t + \alpha) - \frac{32 M_2 \varepsilon}{D J_2 \omega^2 (8 + D^2)} \cdot \sin(0{,}5\omega t + \alpha) +$$

$$+ \frac{16\varepsilon M_2 \left[(2 + D^2) \mu_{x_1} (p_y^2 - \omega^2) + 2\mu_{y_1} (p_x^2 - \omega^2) \right]}{J_2 \omega^2 (8 + D^2) \left[8\mu_{x_1} (p_y^2 - \omega^2) - (8 + D^2) \mu_{y_1} (p_x^2 - \omega^2) \right]} \cdot \cos 2(0{,}5\omega t + \alpha), \tag{8}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{2g (p_x^2 - \omega^2)(p_y^2 - \omega)\left[8M_2 + D J_2 \omega^2 (L + 0{,}5KD) \right]}{J_2 r_1 \omega^6 D^2 \left[\mu_{y_1} (p_x^2 - \omega^2) - \mu_{x_1} (p_y^2 - \omega^2) \right]}, \tag{9}$$

kai $H_x = 0$ ir $H_y = 0$.

Čia

$$p_x = \sqrt{\frac{c_x}{m_x}}, \quad \mu_{x_1} = \frac{m_1}{m_x}, \quad \mu_{x_2} = \frac{m_2}{m_x}, \quad p_y = \sqrt{\frac{c_y}{m_y}}, \quad \mu_{y_1} = \frac{m_1}{m_y},$$

$$\mu_{y_2} = \frac{m_2}{m_y}, \quad D = \frac{4 m_2 r_2 g}{J_2 \omega^2}, \quad L = -\frac{32 M_2}{D J_2 \omega^2 (8 + D^2)},$$

$$K = \frac{16M_2}{J_2\omega^2\left(8+D^2\right)} \cdot \frac{\left(2+D^2\right)\mu_{x_1}\left(p_y^2-\omega^2\right)+2\mu_{y_1}\left(p_x^2-\omega^2\right)}{8\mu_{x_1}\left(p_y^2-\omega^2\right)-\left(8+D^2\right)\mu_{y_1}\left(p_x^2-\omega^2\right)}.$$

Suvidutininę (4) sistemos trečiosios lygties pirmojo priartėjimo lygtį

$$J_1\ddot{\varphi}_1 + m_1 r_1\left(-\ddot{x}_0 \sin\omega t + \ddot{y}_0 \cos\omega t\right) + m_1 g r_1 \cos\omega t = M_1\left(\dot{\varphi}_1\right) \tag{10}$$

ir panaudoję (6) ir (7) išraiškas gauname, kad nusistovėjęs kartotinės sinchronizacijos režimas egzistuoja, kai redukuotas išorinės jėgos momentas tenkina nelygybę

$$M_1 < \frac{m_1 r_1 r_2 \omega^4}{16} \cdot \left| \frac{\mu_{y_2}\left(p_x^2 - 0{,}25\omega^2\right) - \mu_{x_2}\left(p_y^2 - 0{,}25\omega^2\right)}{\left(p_x^2 - 0{,}25\omega^2\right)\left(p_y^2 - 0{,}25\omega^2\right)} \right|. \tag{11}$$

Norėdami gauti nusistovėjusio režimo stabilumo sąlygas sudarome suvidutinintos (10) lygties variacinę lygtį

$$J_1\ddot{\delta\alpha} + \frac{m_1 r_1 r_2 \omega^4\left[\mu_{x_2}\left(p_y^2 - 0{,}25\omega^2\right) - \mu_{y_2}\left(p_x^2 - 0{,}25\omega^2\right)\right]\cdot \sin\alpha}{16\left(p_x^2 - 0{,}25\omega^2\right)\left(p_y^2 - 0{,}25\omega^2\right)} \cdot \delta\alpha = 0. \tag{12}$$

Iš jos nustatome nusistovėjusios kartotinės sinchronizacijos stabilumo sąlygas

$$\frac{\mu_{x_2}\left(p_y^2 - 0{,}25\omega^2\right) - \mu_{y_2}\left(p_x^2 - 0{,}25\omega^2\right)}{\left(p_x^2 - 0{,}25\omega^2\right)\left(p_y^2 - 0{,}25\omega^2\right)} \cdot \sin\alpha > 0. \tag{13}$$

(11) ir (13) egzistavimo ir stabilumo sąlygos apibrėžia sistemos parametrų kitimo ribas, su kuriomis galima realizuoti konkretų kartotinės sinchronizacijos režimą.

LITERATŪRA

[1] E. Astrauskienė, K. Ragulskis, I. Tiknevičienė. Dviejų mažų parametrų metodo tyrimo klausimu. LMD 38 konferencijos darbai. Specialus Lietuvos matematikos rinkinio priedas. Vilnius, Technika, 1997, 236 – 240p.

[2] I.I. Blechman. *Vibracinė mechanika*. Maskva., Mokslas. 1994, 476 p. (rusų kalba).

Self-regulation in nonlinear dinamic system with inertial excitation

E. Astrauskienė, I. Tiknevičienė, L. Ragulskis

The motions of investigated mechanisms are principally nonlinear. The analysis of this problem is performed by using the method of two small parameters. The conditions of existence and stability of multiple synchronization regime are obtained.