

## Saikinga algebraizacija – perspektyvi pradinės matematikos mokymo kryptis

B. Balčytis (ŠPI)

Pradinės mokyklos matematika yra daugiakomponentis integruotas mokomasis dalykas. Į to dalyko uždavinius įeina ne tik elementariosios matematikos studijos, bet ir mokymas orientuotis aplinkoje, ekonomikoje, vaiko psichinių galių ugdymas.

Nuo seno žmogaus veikla yra susijusi su įvairiausių sutartinių ženklų vartojimu: raidžių, skaitmenų, transporto eismo ir kt. Jų vis gausėja. Mokant vaiką orientuotis aplinkoje, tenka ne tik sistemingai supažindinti su svarbiausiais ženklais, bet išmokyti ir pačiam juos kurti. Kurdamas jis ne tik sparčiau suvokia, kas kitų sukurta, bet ir tvarko, struktūrizuoja savo mintis, atitinkamomis schemomis konkretizuoja gvildendamas problemas. Štai dėl ko jau nuo seno vadinamosiose skaičiavimo pamokose nevengta panaudoti schemų aiškinantis tekstinių uždavinių sąlygas, raidėmis žymėti geometrinės figūras, jų dalis, ieškomus dydžius bei skaičius.

Po Antrojo pasaulinio karo visos civilizotos šalys ėmė sparčiai didinti privalomojo mokymo metų skaičių, be to, priiminėti į mokyklą jaunesnius vaikus. Tad pradinėse mokyklose nebebuvo prasmės paskubomis mokyti tiek daug matematikos kaip anksčiau. Pavyzdžiui, išgarsėjusiuose VFR I–IV klasių 1960–1970 metų laidų vadovėliuose „Die Welt der Zahl“ visai nebeliko geometrinių užduočių. Iš esmės formuojami tik skaičiavimo ir tekstinių aritmetinių uždavinių sprendimo gebėjimai.

Bet pedagoginės visuomenės neigiamos reakcijos nereikėjo ilgai laukti. Kaip tik tuo laikotarpiu beveik vienu metu visose civilizotose šalyse imta reikalauti, kad nuo I klasės mokiniai būtų mokomi integruoto matematikos dalyko. Buvo siūloma įprastinį skaičiavimų aritmetikos kursą ne tik papildyti geometrijos ir algebros pradmenimis, bet ir pačią aritmetiką grįsti aibių teorijos idėjomis.

Kaip buvo papildytas pradinės mokyklos matematikos kursas, ryškiausiai matome iš 1972–1979 metų naujų „Die Welt der Zahl“ vadovėlių leidimų. I klasės vadovėlyje atsirado daug užduočių geometrinių figūrų modeliams pagal kelis požymius klasifikuoti, paprasčiausioms nelygybėms spręsti, skaičių sąryšiams nustatyti. 1972 m. laidos II klasės vadovėlyje teikiamos žinios apie antrinę, trečiąją, ketvirtąją ir penktąją skaičiavimo sistemas, apie paprasčiausias operacijas su aibėmis, vartojama net tipinė aibių teorijos simbolika: elemento priklausomumo ir nepriklausomumo aibei, aibių sąjungos, sankirtos, skirtumo ženklai. Deja, nepasiteisinus naujovėms buvo vėl daug kas supaprastinta, iš esmės grįžta prie senos mokymo praktikos. Tai matome iš 1988–1994 metų „Die Welt der Zahl“ vadovėlių leidimų. Bet geometrijos pradmenų temų jau nebeatsisakyta. Raidinė simbolika retkarčiais naudojama tam tikriems objektams, skaičiams, geometrinėms figūroms arba jos dalims pažymėti (kad būtų lengviau susikalbėti). Maždaug prie tokios pat metodikos perėjo ir kiti

Vokietijoje populiarūs vadovėliai (pavyzdžiui, Westermann leidyklos 1988–1998 m. laikotarpiui skirti „Denken und Rechnen“ leidimai).

Ne daug dažniau raidine simbolika dabar naudojama ir Anglijos mokyklose. Tai matome analizuodami vieną iš populiariausių vadovėlių „Ginn Mathematics“ komplektą. Šiek tiek daugiau algebrinės simbolikos randame Italijos populiariuose I–IV klasių 1993 m. laidos vadovėliuose „Metodo di apprendimento logico–matematico“. Pavyzdžiui, I klasės vadovėlyje yra keliolika raidėmis užrašytų nelygybių ( $A > B$  ir pan.). II klasės vadovėlyje atkarpos žymimos dviem raidėmis, atitinkamai užrašomas ir atkarpų ilgis ( $BC = 6$  cm).

XX a. buvo įvairių pradinės mokyklos matematikos reformų, bet 1970–1980 metų – ryškiausia ir įvairiapusiškiausia. Kai kuriose šalyse bandyta kursą labai algebrizuoti, pradedant šį darbą nuo I klasės (Danija, VDR, Jugoslavija, Lenkija, Estija, Latvija ir kt.). Dažniausiai praktikuojamos užduotys: lygtys ( $6 + x = 9$ ,  $x = 3$ ), nelygybės ( $6 + x < 9$ ,  $x = 0, 1, 2$ ), reiškinių reikšmių skaičiavimas (jei  $a = 3$ , tai  $a + 4 = 7$  ir pan.). Naudojant reiškinius su kintamuoju lengva užduoti daug įvairių, kompaktiška forma užrašytų skaičiavimo pratimų. Pavyzdžiui:

$a$	$b$	$a + b$	$a - b$	$a + b - b$	$a - b + b$
12	3				
15	5				
20	3				

Daugelis tos formos užduočių buvo vartojamos norint atkreipti mokinių dėmesį į aritmetinių veiksmų savybes, pratinti tas savybes panaudoti racionaliam skaičiavimui.

Įdomių ir vertingų šios rūšies užduočių randame 1970–1971 metais Latvijoje išleistuose J. Mencio ir K. Dukurs I bei II klasės vadovėliuose. Nemaža jų skirta mokinių abstrakčiam mąstymui ugdyti. Pavyzdžiui, reikalaujama pasakyti arba užrašyti, kas daugiau:  $a + 1$  ar  $a$ ,  $a + 1$  ar  $a - 1$ ,  $e + 4$  ar  $4 + e$ ,  $u + 1 + 1$  ar  $u + 2$ . Siūloma užbaigti rašyti lygybes:  $a - 1 - 1 = a - \square$ ; jei  $28 = t + s$ , tai  $s + t = \square$ ; jei  $c + 7 = 43$ , tai  $6 + c = \square$ . Aišku, kad tokios užduotys skatina mokinį abstrakčiai mąstyti.

Raidinę simboliką sėkmingai vartojo psichologas L. Zankovas ugdydamas vaikų abstraktųjį mąstymą, apibendrindamas matematikos žinias, V. Davydovas – pirmaklasių deduktyviniam mąstymui diegti.

Bet šias geras idėjas, panašiai kaip ir darbą su aibių teorijos pradmenimis, sukompromitavo per dideli užmojai. Todėl dabar ir algebraizacijos klausimu mažiau kas daroma.

Nemaža algebrinės propedeutikos buvo mokoma nuo 1970 m. ir lietuviškose pradinėse mokyklose. Kol nelygybės buvo užrašomos su  $x$  ir reikėdavo nurodyti visus sprendinius, tai kontrolinius darbus tinkamai atlikdavo apie 60% mokinių, o kai su kvadratėliu, įrašant į jį vieną sprendinį, tai apie 80%. Vienaveiksmes lygtis teisingai išsprendavo 65–85% mokinių, lengvus vienaveiksmius tekstinius uždavinius lygtimis – 60–80%. Lengviausiai mokiniams sekėsi apskaičiuoti nepainių pavienių reiškinių

reikšmes. Nuo 1978–1979 metų, kai imta naudotis pratybų sąsiuviniais, mokiniai neturėjo didesnių keblumų pildydami reiškinų apskaičiavimo lenteles.

Buvo teikiama ir paprasčiausių uždavinių su raidiniais duomenimis. Kai reikėdavo užrašyti pirma sprendimo formulę, po to apskaičiuoti atitinkamo reiškinio reikšmę, pakeičiant raides skaičiais (pvz.,  $a - b = 24 - 15 = 9$ . Ats.: 9 kg), tai teisingų sprendinių būdavo apie 60 %, o kai tik formulę, tai maždaug 80%. Visapusiškai geromis užduotimis buvo pripažinti tekstiniai uždaviniai su raidiniais duomenimis, kai prieš sprenddami mokiniai raides pakeičia savais skaičiais.

Eksperto metu pavykdavo išmokyti beveik visus mokinius ir painesnio darbo, tik silpniesiems prireikdavo apie 4 kartus daugiau laiko arba užduočių. Masinės mokyklos darbo sąlygomis silpnesnieji mokiniai gerokai suvargdavo, todėl metai iš metų užduotys buvo lengvinamos. Šiuo metu algebrinio pobūdžio užduotys dažniausiai teikiamos kaip galvosūkių, kurie adresuojami stipriesiems mokiniams. Patirtis rodo, kad tai pasiteisina.

Apskritai pradinės mokyklos matematikos kurso 1970–1990 metų reformos nesėkmę labai nulėmė mokinių perkrovimas kitais darbais. Matematikai skirtų pamokų skaičius mažėjo. Niekas nesiryžo supaprastinti tradicinę medžiagą, susijusią su skaičiavimo ir tekstinių uždavinių sprendimo gebėjimų ugdymu, dėl to buvo mažinamos „antraeilės reikšmės” temos, tarp jų ir algebros pradmenys.

Iš reformų istorijos žinome, kad beveik visose valstybėse matematikos mokymo koncepcijos keičiasi kas 10–15 metų. Iš dalies sugrįžta ir tai, ko buvo atsisakyta. Apžvelgę įvairias galimas pradinės matematikos plėtojimo kryptis manome, kad naujai pergaltota ir sunorminta algebraizacija efektyvintų mokymą, skatintų abstraktaus loginio mąstymo ugdymą. Dėl to ši problema turėtų išlikti svarbiu mokslinių tyrimų objektu.

## LITERATŪRA

- [1] Die Welt der Zahl 1, Hannover, Schroedel Schulbuchverlag, 1966 (1976, 1993).
- [2] Die Welt der Zahl 2, Hannover, Schroedel Schulbuchverlag, 1967 (1972, 1993).
- [3] Die Welt der Zahl 3, Hannover, Schroedel Schulbuchverlag, 1967 (1978, 1994).
- [4] Die Welt der Zahl 4, Hannover, Schroedel Schulbuchverlag, 1962 (1979, 1994).
- [5] Ginn Mathematics, Textbook 3 (4<sub>1</sub>, 4<sub>2</sub>, 5<sub>1</sub>, 5<sub>2</sub>, 6<sub>1</sub>, 6<sub>2</sub>, 6<sub>1</sub> +, 6<sub>2</sub> +), Published by Ginn and Company Ltd, 1990–1992.
- [6] G. Moroni, E. D’Aniello, Metodo di apprendimento logico–matematico 1(2, 3, 4), CETEM, 1993.
- [7] J. Cort, E. Jonannessen, Matematik 1a (1b, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b), Kobenhavn, Gjellerup, 1996–1969.
- [8] J. Mencis, K. Dukurs, Matematika 1 klasei (II klasei), Riga, Zvaigzne, 1970 (1973).
- [9] B. Balčytis, Matematika I klasei (II, III klasei), Kaunas, Šviesa, 1970 (1971, 1972).
- [10] B. Balčytis, Skaičių šalis: Matematikos vadovėlis III klasei, Kaunas, Šviesa, 1994.
- [11] B. Balčytis: Skaičių šalis: Matematikos vadovėlis IV klasei, Kaunas, Šviesa, 1995.

**Modest algebraization a perspective direction of initial mathematical teaching***B. Balčytis*

The paper discusses changes in the attitudes towards the content of Mathematics in primary school between 1960 and 1990, on what level letters were used as mathematical symbols, how much the basics of Algebra were taught. By generalizing school practice in a number of countries, such as Germany, England, Italy, Denmark, Latvia, Lithuania and a few others a conclusion is arrived at that teaching of basics of Algebra should be expanded and not narrowed. That would provide wider opportunities for choosing tasks prompting a more speedy teaching of the whole course on mathematics and developing pupils' abstract thinking. That is why extra experimenting would be advisable on these issues.